

Họ và tên: Số báo danh: Mã đề thi 101

Câu 1. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh từ một nhóm gồm 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ?

- A. 54. B. 9. C. 15. D. 6.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1; 3]$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

x	-1	0	2	3	
y'	+	0	-	0	+
y	0	↗ 5	↘ 1	↗ 4	

- A. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(3)$. B. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(-1)$. C. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(0)$. D. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(2)$

Câu 3. Cho hình nón có bán kính đáy $r = 2$ và độ dài đường sinh $l = 7$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. 14π . B. $\frac{14\pi}{3}$. C. $\frac{98\pi}{3}$. D. 28π .

Câu 4. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-2) = 3$ là:

- A. $x = 11$. B. $x = 10$. C. $x = 6$. D. $x = 8$.

Câu 5. Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 4$ thì $\int_0^1 2f(x) dx$ bằng

- A. 8. B. 4. C. 16. D. 2.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	0	1	4	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	0	+	0	-

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 5.

Câu 7. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 6$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng:

- A. 6. B. 3. C. 12. D. 4.

Câu 8. Biết $\int_2^3 f(x) dx = 3$ và $\int_2^3 g(x) dx = 1$. Khi đó $\int_2^3 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

- A. -2. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là

- A. $[2; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $[0; +\infty)$.

Câu 10. Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 5$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. 30π . B. 15π . C. 75π . D. 25π .

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

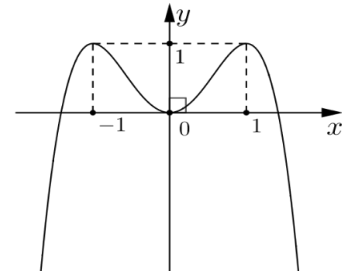
x	$-\infty$	1	3	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		2		-2		$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

- A. $x=2$. B. $x=3$. C. $x=1$. D. $x=-2$.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0;1)$. B. $(-\infty;-1)$.
C. $(-1;0)$. D. $(0;+\infty)$.



Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+(y-2)^2+z^2=9$. Bán kính của (S) bằng

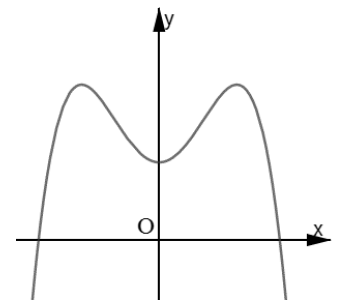
- A. 9. B. 18. C. 3. D. 6.

Câu 14. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 3. B. -4. C. $\frac{1}{3}$. D. 4.

Câu 15. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

- A. $y=-x^4+2x^2+1$. B. $y=x^3-3x^2+1$.
C. $y=-x^3+3x^2+1$. D. $y=x^4-2x^2+1$.



Câu 16. Hình chóp ngũ giác có bao nhiêu mặt?

- A. Mười. B. Sáu. C. Năm. D. Bảy.

Câu 17. Nghiệm của phương trình $3^{x-1}=9$ là:

- A. $x=2$. B. $x=-2$. C. $x=3$. D. $x=-3$.

Câu 18. $\int x^2 dx$ bằng

- A. $2x+C$. B. $3x^3+C$ C. $\frac{1}{3}x^3+C$. D. x^3+C .

Câu 19. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-2}{x+1}$ là

- A. $x=1$. B. $x=-1$. C. $x=-2$. D. $x=2$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;5)$ trên trục Ox có tọa độ là

- A. $(0;0;5)$. B. $(0;2;5)$. C. $(1;0;0)$. D. $(0;2;0)$.

Câu 21. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+3x^2$ trên đoạn $[-4;-1]$ bằng

- A. 0 B. -16 C. 4 D. -4

Câu 22. Tìm giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = -x^3 + 3x - 4$.

- A. $y_{CT} = -2$ B. $y_{CT} = -1$ C. $y_{CT} = -6$ D. $y_{CT} = 1$

Câu 23. Tập hợp nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+1) < 3$ là:

- A. $S = (-\infty; 8)$. B. $S = (-1; 8)$. C. $S = (-\infty; 7)$. D. $S = (-1; 7)$.

Câu 24. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$						
y'		$+$	0	$-$	$+$					
y		0	\nearrow	2	\searrow	$-\infty$	\parallel	3	\nearrow	5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 25. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 7x + 10)^{-2024}$

- A. $(-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$. B. \mathbb{R} . C. $(2; 5)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{2; 5\}$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) . Biết $SA = a$, tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = 2a$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{2a^3}{3}$. B. $V = 2a^3$. C. $V = \frac{a^3}{6}$. D. $V = \frac{a^3}{2}$.

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(4; 2; 1)$, $B(-2; -1; 4)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB}$.

- A. $M(-8; -4; 7)$. B. $M(0; 0; -3)$. C. $M(0; 0; 3)$. D. $M(8; 4; -7)$.

Câu 28. Tích phân $\int_1^2 \frac{dx}{3x-2}$ bằng

- A. $\ln 2$ B. $\frac{1}{3} \ln 2$ C. $\frac{2}{3} \ln 2$ D. $2 \ln 2$

Câu 29. Cho hàm số $f(x) = 1 + 3 \cos 3x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = x - \sin 3x + C$. B. $\int f(x) dx = x + 3 \sin 3x + C$.
 C. $\int f(x) dx = x + \sin 3x + C$. D. $\int f(x) dx = x - 3 \sin 3x + C$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(7; -2; 2)$ và $B(1; 2; 4)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu đường kính AB ?

- A. $(x-4)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 56$. B. $(x-4)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 14$.
 C. $(x-7)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 14$. D. $(x-4)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 2\sqrt{14}$.

Câu 31. Phương trình $27^{2x-3} = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+2}$ có tập nghiệm là

- A. $\{1; 7\}$. B. $\{-1; 7\}$. C. $\{1; -7\}$. D. $\{-1; -7\}$.

Câu 32. Đạo hàm của hàm số $y = e^{1-2x}$ là

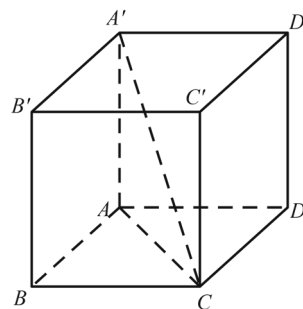
- A. $y' = 2e^{1-2x}$ B. $y' = -\frac{e^{1-2x}}{2}$ C. $y' = -2e^{1-2x}$ D. $y' = e^{1-2x}$

Câu 33. Cho $\int_1^2 f(x) dx = -3$ và $\int_2^3 f(x) dx = 4$. Khi đó $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

- A. 7. B. -12. C. 12. D. 1.

Câu 34. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = BC = a, AA' = \sqrt{6}a$ (tham khảo hình dưới). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng:

- A. 60° . B. 30° .
C. 45° . D. 90° .

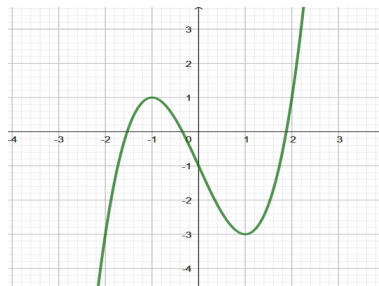


Câu 35. Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ đồng biến trên khoảng

- A. $(4; +\infty)$. B. $(1; 4)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(0; 2)$.

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $f(f(x) - 1) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

- A. 6. B. 4.
C. 5. D. 7.



Câu 37. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi $F(x), G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên \mathbb{R} thỏa mãn $2F(4) - G(4) = 6$ và $2F(0) - G(0) = 2$. Khi đó $\int_0^2 f(2x) dx$ bằng

- A. 4. B. -2. C. $\frac{3}{2}$. D. 2.

Câu 38. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có hai chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ S , xác suất để chọn được số có tích hai chữ số bằng 8 là

- A. $\frac{2}{27}$. B. $\frac{8}{81}$. C. $\frac{4}{81}$. D. $\frac{5}{81}$.

Câu 39. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = -x^4 + 4x^3 + mx$ có ba điểm cực trị?

- A. 15. B. 3. C. 7. D. 17.

Câu 40. Cho hàm số $f(x) = (2m - 1)x^3 - (m + 2)x + 4$ với m là tham số thực. Nếu $\max_{[-2;0]} f(x) = f(-1)$ thì $\min_{[-2;0]} f(x)$ bằng

- A. 4. B. 2. C. -2. D. $-\frac{4}{3}$.

Câu 41. Cho hình nón tròn xoay có chiều cao bằng $2a$, bán kính đáy bằng $3a$. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện bằng $\frac{3a}{2}$. Diện tích của thiết diện đó bằng

- A. $\frac{12a^2}{7}$. B. $\frac{2\sqrt{3}a^2}{7}$. C. $\frac{24\sqrt{3}a^2}{7}$. D. $12\sqrt{3}a^2$.

Câu 42. Phương trình $4^x - 2(m+1) \cdot 2^x + 3m - 8 = 0$ có hai nghiệm trái dấu khi $m \in (a; b)$. Giá trị của $P = b - a$ là

- A. $P = \frac{8}{3}$. B. $P = \frac{15}{3}$. C. $P = \frac{19}{3}$. D. $P = \frac{35}{3}$.

Câu 43. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng ba số nguyên b thỏa mãn $(2^b - 2)(a \cdot 3^b - 20) < 0$?

- A. 362. B. 361. C. 359. D. 360.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy ($ABCD$) và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau SB và DM .

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{2a\sqrt{7}}{7}$. D. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1; 0; 0)$, $B(0; 0; 2)$, $C(0; -3; 0)$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là

- A. $\sqrt{14}$. B. $\frac{\sqrt{14}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{14}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{14}}{2}$.

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt bên SAB là tam giác đều cạnh $\sqrt{5}a$, tam giác ABC vuông tại A có $AC = 2a$, góc giữa đường thẳng AD và mặt phẳng (SAB) bằng 30° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

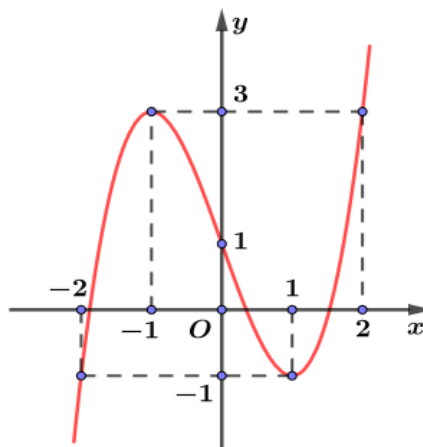
- A. $\frac{5\sqrt{3}}{8}a^3$. B. $\frac{15\sqrt{3}}{4}a^3$. C. $\frac{15\sqrt{3}}{8}a^3$. D. $\frac{5\sqrt{3}}{4}a^3$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng $(1; +\infty)$ và thỏa mãn

$[x \cdot f'(x) - 2f(x)] \ln x = 2x^4 - f(x)$ và $f(e) = e^4 + 2e^2$. Giá trị $f(2)$ thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(33; 35)$. B. $(31; \frac{65}{2})$. C. $(28; 31)$. D. $(\frac{71}{2}; 37)$.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.



Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10; 10]$ để hàm số

$g(x) = f(x - m) - \frac{1}{2}(x - m + 1)^2 + 2024$ đồng biến trên $(1; 2)$.

- A. 13. B. 10. C. 11. D. 12.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 3 = 0$ và hai điểm $A(3; 5; 0), B(0; -1; 0)$. Điểm $M(a; b; c)$ di động trên (S) . Khi biểu thức $MA + 2MB$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $2a + b + c$ bằng

A. -7 .

B. 7 .

C. 8 .

D. -5 .

Câu 50. Xét tất cả các số thực x, y sao cho $a^{4x - \log_{\sqrt{5}} a} \leq 9^{68 - y^2}$ với mọi số thực dương a . Khi biểu thức $P = 2x^2 + 2y^2 + x - 4y$ đạt giá trị lớn nhất thì $2x + y$ bằng

A. 4 .

B. 12 .

C. -4 .

D. -14 .

----- **HẾT** -----

Họ và tên: Số báo danh: Mã đề thi 102

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$				2		$-\infty$

\swarrow -3 \nearrow \searrow

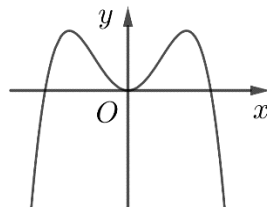
Điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. $x = 3$. B. $x = -1$. C. $x = -3$. D. $x = 2$.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \log_5 x$ là

- A. $(-\infty; 0)$. B. $[0; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Câu 3. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A. $y = -x^3 + 3x$. B. $y = x^4 - 2x^2$. C. $y = -x^4 + 2x^2$. D. $y = x^3 - 3x$.

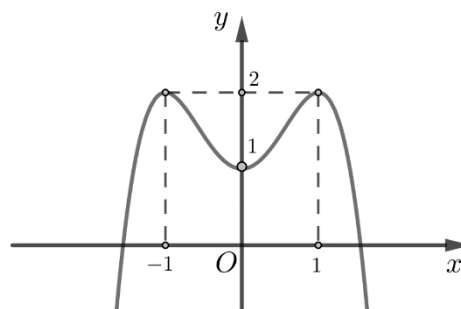
Câu 4. Cho hình nón có bán kính đáy $r = 2$ và độ dài đường sinh $l = 5$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. $\frac{10\pi}{3}$. B. 20π . C. 10π . D. $\frac{20\pi}{3}$

Câu 5. Cho hình trụ có bán $r = 7$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. 42π . B. 147π . C. 21π . D. 49π .

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1; 3]$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

x	-1	0	2	3			
y'		+	0	-	0	+	
y	0		5		1		4

- A. $\max_{[-1;3]} f(x) = 5$. B. $\max_{[-1;3]} f(x) = 4$. C. $\max_{[-1;3]} f(x) = 1$. D. $\max_{[-1;3]} f(x) = 0$.

Câu 8. Biết $\int_1^2 f(x)dx = 2$ và $\int_1^2 g(x)dx = 3$. Khi đó $\int_1^2 [f(x) + g(x)]dx$ bằng

- A. 6. B. 1. C. -1. D. 5.

Câu 9. Nghiệm của phương trình $3^{x-2} = 9$ là

- A. $x = 3$. B. $x = -4$. C. $x = -3$. D. $x = 4$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 2; 1)$ trên trục Oy có tọa độ là:

- A. $(0; 2; 1)$. B. $(0; 2; 0)$. C. $(0; 0; 1)$. D. $(3; 0; 0)$.

Câu 11. $\int x^4 dx$ bằng

- A. $x^5 + C$ B. $5x^5 + C$ C. $\frac{1}{5}x^5 + C$ D. $4x^3 + C$

Câu 12. Biết $\int_1^3 f(x)dx = 3$. Giá trị của $\int_1^3 2f(x)dx$ bằng

- A. $\frac{3}{2}$. B. 5. C. 9. D. 6.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	0	1	4	$+\infty$			
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+	0	-

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 5. C. 2. D. 4.

Câu 14. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x+3}$ là

- A. $x = -1$. B. $x = 1$. C. $x = -3$. D. $x = 3$.

Câu 15. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh từ một nhóm gồm 5 học sinh nam và 7 học sinh nữ?

- A. 35. B. 7. C. 5. D. 12.

Câu 16. Nghiệm của phương trình $\log_3(x-2) = 2$ là

- A. $x = 10$. B. $x = 7$. C. $x = 11$. D. 8.

Câu 17. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$; $u_2 = 9$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 3. B. 6. C. 12. D. -6.

Câu 18. Hình chóp ngũ giác có bao nhiêu mặt?

- A. Bảy. B. Sáu. C. Mười. D. Năm.

Câu 19. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. 12. B. 6. C. 2. D. 3.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 16$. Bán kính của (S) là:

- A. 16 B. 4 C. 8 D. 32

Câu 21. Tích phân $\int_0^2 \frac{dx}{x+3}$ bằng

- A. $\ln \frac{5}{3}$ B. $\frac{2}{15}$ C. $\log \frac{5}{3}$ D. $\frac{16}{225}$

Câu 22. Tập nghiệm của phương trình $4^{x-x^2} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ là

- A. $\left\{0; \frac{3}{2}\right\}$. B. $\left\{0; \frac{2}{3}\right\}$. C. $\left\{0; \frac{1}{2}\right\}$. D. $\{0; 2\}$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'		-	+	-
y	$+\infty$		$+\infty$	0

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 24. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm là $A(1; 3; -1)$, $B(3; -1; 5)$. Tìm tọa độ của điểm M thỏa mãn hệ thức $\overline{MA} = 3\overline{MB}$.

- A. $M\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}; 3\right)$. B. $M(4; -3; 8)$. C. $M\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}; 3\right)$. D. $M\left(\frac{5}{3}; \frac{13}{3}; 1\right)$.

Câu 25. Tính đạo hàm của hàm số $y = e^{x^2+x}$.

- A. $(x^2 + x)e^{2x+1}$ B. $(2x+1)e^{x^2+x}$ C. $(2x+1)e^{2x+1}$ D. $(2x+1)e^x$

Câu 26. Giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ là:

- A. $y_{CT} = 0$. B. $y_{CT} = 4$. C. $y_{CT} = 2$. D. $y_{CT} = 3$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R và có $\int_0^2 f(x)dx = 9$, $\int_2^4 f(x)dx = 4$. Tính $I = \int_0^4 f(x)dx$.

- A. $I = \frac{9}{4}$. B. $I = 5$. C. $I = 13$. D. $I = 36$.

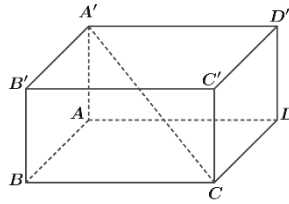
Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(3; -2; 5)$, $N(-1; 6; -3)$. Mặt cầu đường kính MN có phương trình là:

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 6$. B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 36$.
 C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 36$. D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 6$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x) = 2 + 3\sin 3x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x)dx = 2x - \cos 3x + C$. B. $\int f(x)dx = 2x - 3\cos 3x + C$.
 C. $\int f(x)dx = 2x + 3\sin 3x + C$. D. $\int f(x)dx = 2x + \cos 3x + C$.

Câu 30. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, có $AB = AA' = a$, $AD = a\sqrt{2}$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



- A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90° .

Câu 31. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 + 3x - 4)^{-2024}$ là

- A. \mathbb{R} . B. $[-4; 1]$. C. $(-4; 1)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{-4; 1\}$.

Câu 32. Hàm số $y = x^3 - 3x$ nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $(-\infty; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-\infty; -1)$.

Câu 33. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $AC = 2a$, $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{a^3}{3}$. D. $\frac{2a^3}{3}$.

Câu 34. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3; 3]$ là

- A. -16 . B. 4 . C. 0 . D. 20 .

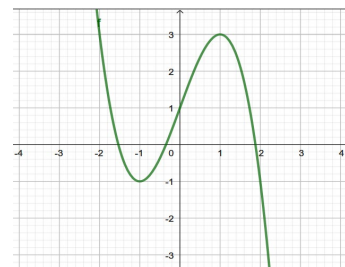
Câu 35. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x+1) < 2$ là

- A. $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$ B. $\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$ C. $\left[-\frac{1}{3}; 1\right)$ D. $(-\infty; 1)$

Câu 36. Cho phương trình $4^x - (2m+1)2^x + 2(1-m) = 0$, m là tham số. Biết rằng tập các giá trị của m để phương trình có nghiệm thuộc $[0; 1]$ là $[a; b]$. Tổng $a+b$ bằng

- A. $\frac{5}{2}$. B. $\frac{7}{6}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{8}{3}$.

Câu 37. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $f(f(x)+1) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?



- A. 6. B. 5.
C. 7. D. 4.

Câu 38. Gọi (S) là mặt cầu đi qua 4 điểm $A(2; 0; 0)$, $B(1; 3; 0)$, $C(-1; 0; 3)$, $D(1; 2; 3)$. Tính bán kính R của (S) .

- A. $R = 2\sqrt{2}$. B. $R = 3$. C. $R = 6$. D. $R = \sqrt{6}$.

Câu 39. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có hai chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ S , xác suất để chọn được số có tích hai chữ số bằng 6 là

- A. $\frac{5}{81}$. B. $\frac{8}{81}$. C. $\frac{4}{81}$. D. $\frac{2}{27}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O cạnh bằng a , cạnh bên $SA = 2a$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của đoạn AO . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và AB .

- A. $4a$. B. $\frac{a\sqrt{11}}{22}$. C. $2a$. D. $\frac{2a\sqrt{31}}{\sqrt{142}}$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi $F(x), G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên \mathbb{R} thỏa mãn $F(6) - 2G(6) = 8$ và $F(0) - 2G(0) = 2$. Khi đó $\int_0^2 f(3x) dx$ bằng

- A. $\frac{10}{3}$. B. -2 . C. 2 . D. $\frac{2}{3}$.

Câu 42. Cho hình nón tròn xoay có chiều cao $h = 20(cm)$, bán kính đáy $r = 25(cm)$. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là $12(cm)$. Tính diện tích thiết diện đó.

- A. $S = 406(cm^2)$. B. $S = 400(cm^2)$. C. $S = 500(cm^2)$. D. $S = 300(cm^2)$.

Câu 43. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng bốn số nguyên b thỏa mãn $(3^b - 9)(a \cdot 2^b - 20) < 0$?

- A. 79. B. 81. C. 80. D. 82.

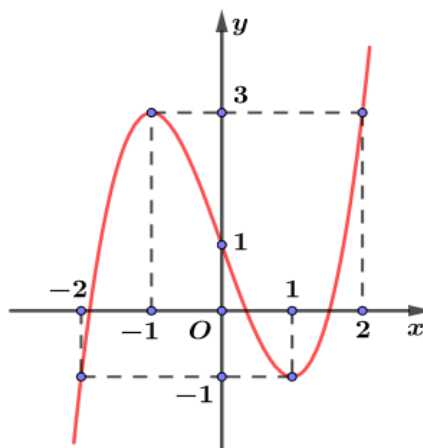
Câu 44. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^4 + 4x^3 - mx$ có ba điểm cực trị?

- A. 17. B. 3. C. 7. D. 15.

Câu 45. Cho hàm số $f(x) = (2m + 1)x^3 + (m + 4)x - 2$ với m là tham số thực. Nếu $\max_{[0;2]} f(x) = f(1)$ thì $\min_{[-2;0]} f(x)$ bằng

- A. 2. B. -4. C. -2. D. $-\frac{3}{4}$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.



Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;10]$ để hàm số

$g(x) = f(x - m) - \frac{1}{2}(x - m + 1)^2 + 2024$ nghịch biến trên $(1;2)$.

- A. 8. B. 11. C. 10. D. 9.

Câu 47. Xét tất cả các số thực x, y sao cho $a^{4x - \log_{\sqrt{6}} a} \leq 36^{40 - y^2}$ với mọi số thực dương a . Khi biểu thức $P = x^2 + y^2 + 3x - y$ đạt giá trị lớn nhất thì $2x + y$ bằng

- A. -10. B. 10. C. 2. D. -2.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt bên SAB là tam giác đều cạnh $2\sqrt{2}a$, tam giác ABC vuông tại A có $AC = a$, góc giữa đường thẳng AD và mặt phẳng (SAB) bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\sqrt{3}a^3$. B. $2\sqrt{3}a^3$. C. $6a^3$. D. $3a^3$.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 23 = 0$ và hai điểm $A(7;9;0), B(0;8;0)$. Điểm $M(a;b;c)$ di động trên (S) . Khi biểu thức $MA + 2MB$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $a + 2b + c$ bằng

- A. 8. B. -5. C. 13. D. -11.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng $(1; +\infty)$ và thỏa mãn

$[x.f'(x) - f(x)] \ln x = 2x^3 - f(x)$ và $f(e) = e^3 + e$. Giá trị $f(2)$ thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $\left(12; \frac{27}{2}\right)$. B. $(10; 12)$. C. $\left(\frac{9}{2}; 9\right)$. D. $\left(\frac{25}{2}; 15\right)$.

----- **HẾT** -----

Đề\câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
000	A	D	B	C	A	C	C	D	B	B	D	A	B	C	B	C	C	C	A	C	A	A	A	C	A	B
101	C	C	A	B	A	B	D	C	C	A	B	C	C	A	A	B	C	C	B	C	B	C	D	D	D	A
103	C	B	B	D	D	A	D	D	C	C	D	A	D	D	B	D	C	C	C	B	A	C	D	C	C	C

27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	D	B	C	C	C	A	A	A	B	B	C	B	B	D	D	C	A	C	A	A	B	B	C
C	C	C	B	C	C	D	A	D	D	D	C	A	B	C	C	D	C	D	D	A	D	B	C
D	A	C	C	B	C	A	D	A	C	C	B	A	C	C	B	B	C	A	B	C	B	D	A

Đề/câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
000	A	A	C	C	A	A	C	A	C	A	C	B	B	C	C	A	B	C	A	B	C	A	C	D	A	B	D	C
102	A	C	C	C	A	B	A	D	D	B	C	D	D	C	D	C	B	B	C	B	A	A	B	B	B	A	C	C
104	B	B	C	A	C	D	D	D	D	A	A	A	A	D	C	B	C	A	C	A	C	B	B	B	B	C	D	A

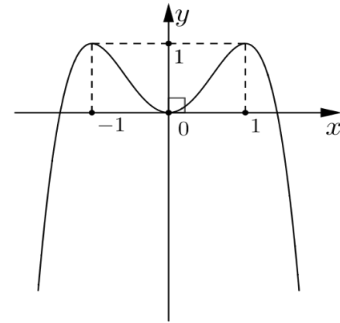
29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	D	D	B	D	D	A	B	C	B	B	B	C	B	D	A	B	A	A	A	B	B
A	B	D	C	B	D	A	B	B	D	C	D	B	B	C	D	B	D	C	C	C	B
A	D	C	A	A	A	D	B	B	D	C	D	A	D	B	B	A	A	B	D	C	A

GIẢI CHI TIẾT ĐỀ 101-103 CHÍNH THỨC

NHẬN BIẾT

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-1; 0)$. **B.** $(-\infty; -1)$.
C. $(0; 1)$. **D.** $(0; +\infty)$.



Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

- A.** $x = 2$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 3$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	0	1	4	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A.** 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 4. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ là

- A.** $x = -2$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 2$.

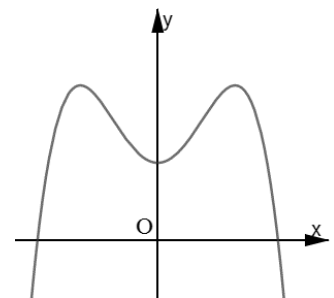
Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1; 3]$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

x	-1	0	2	3	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	0	5	1	4	

- A.** $\max_{[-1;3]} f(x) = f(0)$. **B.** $\max_{[-1;3]} f(x) = f(3)$. **C.** $\max_{[-1;3]} f(x) = f(2)$. **D.** $\max_{[-1;3]} f(x) = f(-1)$.

Câu 6. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

- A.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.
C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. **D.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$.



Câu 7. Tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $[2; +\infty)$.

Câu 8. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-2) = 3$ là:

- A. $x = 6$. B. $x = 8$. C. $x = 11$. D. $x = 10$.

Câu 9. Nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 9$ là:

- A. $x = -2$. B. $x = 3$. C. $x = 2$. D. $x = -3$.

Câu 10. $\int x^2 dx$ bằng

- A. $2x + C$. B. $\frac{1}{3}x^3 + C$. C. $x^3 + C$. D. $3x^3 + C$

Câu 11. Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 4$ thì $\int_0^1 2f(x) dx$ bằng

- A. 16. B. 4. C. 2. D. 8.

Câu 12. Biết $\int_2^3 f(x) dx = 3$ và $\int_2^3 g(x) dx = 1$. Khi đó $\int_2^3 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

- A. 4. B. 2. C. -2. D. 3.

Câu 13. Hình chóp ngũ giác có bao nhiêu mặt?

- A. Bảy. B. Sáu. C. Năm. D. Mười.

Câu 14. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 6$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng:

- A. 6. B. 3. C. 4. D. 12.

Câu 15. Cho hình nón có bán kính đáy $r = 2$ và độ dài đường sinh $l = 7$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. 28π . B. 14π . C. $\frac{14\pi}{3}$. D. $\frac{98\pi}{3}$.

Câu 16. Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 5$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. 15π B. 25π . C. 30π . D. 75π .

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 2; 5)$ trên trục Ox có tọa độ là

- A. $(0; 2; 0)$. B. $(0; 0; 5)$. C. $(1; 0; 0)$. D. $(0; 2; 5)$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$. Bán kính của (S) bằng

- A. 6. B. 18. C. 3. D. 9.

Câu 19. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 3. B. -4. C. 4. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 20. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh từ một nhóm gồm 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ?

- A. 9. B. 54. C. 15. D. 6.

THÔNG HIỂU

Câu 21. Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ đồng biến trên khoảng

- A.** $(0; 2)$. **B.** $(-\infty; 0)$. **C.** $(1; 4)$. **D.** $(4; +\infty)$.

Câu 22. Tìm giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = -x^3 + 3x - 4$.

- A.** $y_{CT} = -6$ **B.** $y_{CT} = -1$ **C.** $y_{CT} = -2$ **D.** $y_{CT} = 1$

Câu 23. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2$ trên đoạn $[-4; -1]$ bằng

- A.** -16 **B.** 0 **C.** 4 **D.** -4

Câu 24. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	$+$
y	0	2	$-\infty$	3	5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A.** 4 . **B.** 1 . **C.** 3 . **D.** 2 .

Câu 25. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 7x + 10)^{-2024}$

- A.** $\mathbb{R} \setminus \{2; 5\}$. **B.** $(-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$. **C.** \mathbb{R} . **D.** $(2; 5)$.

Câu 26. Đạo hàm của hàm số $y = e^{1-2x}$ là

- A.** $y' = 2e^{1-2x}$ **B.** $y' = -2e^{1-2x}$ **C.** $y' = -\frac{e^{1-2x}}{2}$ **D.** $y' = e^{1-2x}$

Câu 27. Phương trình $27^{2x-3} = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+2}$ có tập nghiệm là

- A.** $\{-1; 7\}$. **B.** $\{-1; -7\}$. **C.** $\{1; 7\}$. **D.** $\{1; -7\}$.

Câu 28. Tập hợp nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+1) < 3$ là:

- A.** $S = (-1; 8)$. **B.** $S = (-\infty; 7)$. **C.** $S = (-\infty; 8)$. **D.** $S = (-1; 7)$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x) = 1 + 3 \cos 3x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.** $\int f(x) dx = x + 3 \sin 3x + C$. **B.** $\int f(x) dx = x + \sin 3x + C$.
C. $\int f(x) dx = x - \sin 3x + C$. **D.** $\int f(x) dx = x - 3 \sin 3x + C$.

Câu 30. Tích phân $\int_1^2 \frac{dx}{3x-2}$ bằng

- A.** $2 \ln 2$ **B.** $\frac{1}{3} \ln 2$ **C.** $\frac{2}{3} \ln 2$ **D.** $\ln 2$

Câu 31. Cho $\int_1^2 f(x) dx = -3$ và $\int_2^3 f(x) dx = 4$. Khi đó $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

- A.** 12 . **B.** 7 . **C.** 1 . **D.** -12 .

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) . Biết $SA = a$, tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = 2a$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3}{6}$. B. $V = \frac{a^3}{2}$. C. $V = \frac{2a^3}{3}$. D. $V = 2a^3$.

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(4; 2; 1)$, $B(-2; -1; 4)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn đẳng thức $\overline{AM} = 2\overline{MB}$.

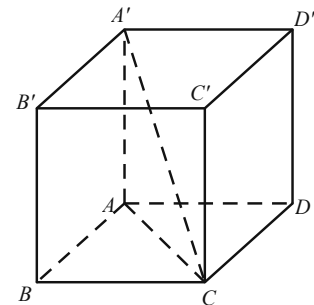
- A. $M(0; 0; 3)$. B. $M(0; 0; -3)$. C. $M(-8; -4; 7)$. D. $M(8; 4; -7)$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(7; -2; 2)$ và $B(1; 2; 4)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu đường kính AB ?

- A. $(x-4)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 14$. B. $(x-4)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 2\sqrt{14}$.
C. $(x-7)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 14$. D. $(x-4)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 56$.

Câu 35. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = BC = a$, $AA' = \sqrt{6}a$ (tham khảo hình dưới). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng:

- A. 60° . B. 90° .
C. 30° . D. 45° .



VẬN DỤNG

Câu 36. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = -x^4 + 4x^3 + mx$ có ba điểm cực trị?

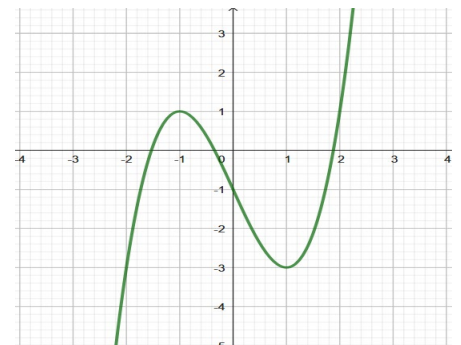
- A. 17. B. 15. C. 3. D. 7.

Câu 37. Cho hàm số $f(x) = (2m-1)x^3 - (m+2)x + 4$ với m là tham số thực. Nếu $\max_{[-2;0]} f(x) = f(-1)$ thì $\min_{[-2;0]} f(x)$ bằng

- A. $\frac{-4}{3}$. B. 2. C. 4. D. -2.

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $f(f(x)-1) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

- A. 6. B. 5.
C. 7. D. 4.



Câu 39. Phương trình $4^x - 2(m+1) \cdot 2^x + 3m - 8 = 0$ có hai nghiệm tr: $P = b - a$ là

- A. $P = \frac{8}{3}$. B. $P = \frac{19}{3}$. C. $P = \frac{15}{3}$. D. $P = \frac{35}{3}$.

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng ba số nguyên b thỏa mãn $(2^b - 2)(a \cdot 3^b - 20) < 0$?

- A. 359. **B.** 360. C. 361. **D.** 362.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi $F(x), G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên \mathbb{R} thỏa mãn $2F(4) - G(4) = 6$ và $2F(0) - G(0) = 2$. Khi đó $\int_0^2 f(2x) dx$ bằng

- A.** 4. B. $\frac{3}{2}$. C. -2. **D.** 2.

Câu 42. Cho hình nón tròn xoay có chiều cao bằng $2a$, bán kính đáy bằng $3a$. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện bằng $\frac{3a}{2}$. Diện tích của thiết diện đó bằng

- A. $\frac{2\sqrt{3}a^2}{7}$. B. $12\sqrt{3}a^2$. C. $\frac{12a^2}{7}$. **D.** $\frac{24\sqrt{3}a^2}{7}$.

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1;0;0)$, $B(0;0;2)$, $C(0;-3;0)$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là

- A. $\frac{\sqrt{14}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{14}}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{14}}{2}$. D. $\sqrt{14}$.

Câu 44. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có hai chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ S , xác suất để chọn được số có tích hai chữ số bằng 8 là

- A.** $\frac{4}{81}$. B. $\frac{2}{27}$. C. $\frac{5}{81}$. **D.** $\frac{8}{81}$.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau SB và DM .

- A. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{7}}{7}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

VẬN DỤNG CAO

Câu 46. Xét tất cả các số thực x, y sao cho $a^{4x - \log_{\sqrt{3}} a} \leq 9^{68 - y^2}$ với mọi số thực dương a . Khi biểu thức $P = 2x^2 + 2y^2 + x - 4y$ đạt giá trị lớn nhất thì $2x + y$ bằng

- A.** -4. B. -14. C. 12. **D.** 4.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 3 = 0$ và hai điểm $A(3;5;0), B(0;-1;0)$. Điểm $M(a;b;c)$ di động trên (S) . Khi biểu thức $MA + 2MB$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $2a + b + c$ bằng

- A.** 7. B. -7. C. -5. **D.** 8.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng $(1; +\infty)$ và thỏa mãn

$[x \cdot f'(x) - 2f(x)] \ln x = 2x^4 - f(x)$ và $f(e) = e^4 + 2e^2$. Giá trị $f(2)$ thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $\left(31; \frac{65}{2}\right)$. **B.** $(33; 35)$. C. $(28; 31)$. **D.** $\left(\frac{71}{2}; 37\right)$.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt bên SAB là tam giác đều cạnh $\sqrt{5}a$, tam giác ABC vuông tại A có $AC = 2a$, góc giữa đường thẳng AD và mặt phẳng (SAB) bằng 30° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

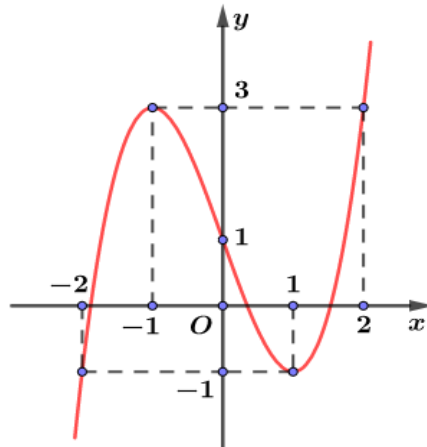
A. $\frac{5\sqrt{3}}{8}a^3$.

B. $\frac{5\sqrt{3}}{4}a^3$.

C. $\frac{15\sqrt{3}}{8}a^3$.

D. $\frac{15\sqrt{3}}{4}a^3$.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.



Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;10]$ để hàm số

$$g(x) = f(x-m) - \frac{1}{2}(x-m+1)^2 + 2024 \text{ đồng biến trên } (1;2).$$

A. 10.

B. 11.

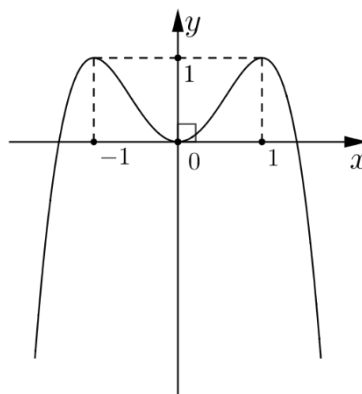
C. 12.

D. 13.

HƯỚNG DẪN GIẢI

NHẬN BIẾT

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1;0)$.

B. $(-\infty;-1)$.

C. $(0;1)$.

D. $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f(x)$ ta có:

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$, đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$				
$f'(x)$		+	0	-	0	+		
$f(x)$	$-\infty$		↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

- A. $x = 2$. B. $x = -2$. C. $x = 1$. D. $x = 3$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta có điểm cực tiểu của hàm số là $x = 3$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	0	1	4	$+\infty$				
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	0	-

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 5.

Lời giải

Chọn B

Câu 4. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ là

- A. $x = -2$. B. $x = 1$. C. $x = -1$. D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x-2}{x+1} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x-2}{x+1} = +\infty$ nên đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1; 3]$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

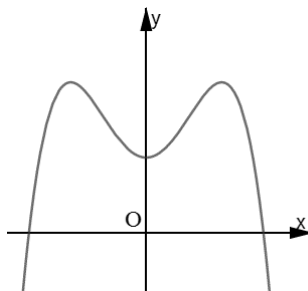
x	-1	0	2	3				
y'		+	0	-	0	+		
y	0		↗	5	↘	1	↗	4

- A. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(0)$. B. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(3)$. C. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(2)$. D. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(-1)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên trên $[-1; 3]$, ta có: $\max_{[-1;3]} f(x) = f(0)$.

Câu 6. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. B. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn C.

Từ hình có đây là hình dạng của đồ thị hàm bậc 4.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \Rightarrow a < 0$$

Câu 7. Tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $[2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là $x > 0$.

Vậy tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là $D = (0; +\infty)$.

Câu 8. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-2) = 3$ là:

- A. $x = 6$. B. $x = 8$. C. $x = 11$. D. $x = 10$.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện: $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$.

$$\log_2(x-2) = 3 \Leftrightarrow x-2 = 8 \Leftrightarrow x = 10 \text{ (thỏa)}.$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 10$.

Câu 9. Nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 9$ là:

- A. $x = -2$. B. $x = 3$. C. $x = 2$. D. $x = -3$.

Lời giải

Chọn B.

$$3^{x-1} = 9 \Leftrightarrow x-1 = \log_3 9 \Leftrightarrow x-1 = 2 \Leftrightarrow x = 3$$

Câu 10. $\int x^2 dx$ bằng

- A. $2x + C$. B. $\frac{1}{3}x^3 + C$. C. $x^3 + C$. D. $3x^3 + C$

Lời giải

Chọn B.

Câu 11. Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 4$ thì $\int_0^1 2f(x) dx$ bằng

- A. 16. B. 4. C. 2. D. 8.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_0^1 2f(x) dx = 2 \int_0^1 f(x) dx = 2.4 = 8.$

Câu 12. Biết $\int_2^3 f(x) dx = 3$ và $\int_2^3 g(x) dx = 1$. Khi đó $\int_2^3 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

- A. 4. B. 2. C. -2. D. 3.

Lời giải

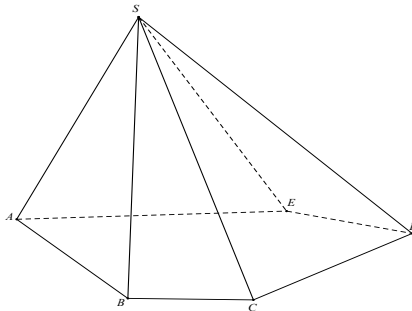
Chọn A

Ta có: $\int_2^3 [f(x) + g(x)] dx = \int_2^3 f(x) dx + \int_2^3 g(x) dx = 4.$

Câu 13. Hình chóp ngũ giác có bao nhiêu mặt?

- A. Bảy. B. Sáu. C. Năm. D. Mười.

Lời giải



Hình chóp ngũ giác có năm mặt bên và một mặt đáy, nên số mặt của nó là sáu mặt.

Chọn B

Câu 14. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 6$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng:

- A. 6. B. 3. C. 4. D. 12.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối chóp $V = \frac{1}{3} Bh = 4$

Câu 15. Cho hình nón có bán kính đáy $r = 2$ và độ dài đường sinh $l = 7$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. 28π . B. 14π . C. $\frac{14\pi}{3}$. D. $\frac{98\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Có $S_{xq} = \pi rl = \pi.7.2 = 14\pi.$

Câu 16. Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 5$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. 15π B. 25π . C. 30π . D. 75π .

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức diện tích xung quanh hình trụ ta được: $S_{xq} = 2\pi rl = 30\pi$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;5)$ trên trục Ox có tọa độ là

- A. $(0;2;0)$. B. $(0;0;5)$. C. $(1;0;0)$. D. $(0;2;5)$.

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;5)$ trên trục Ox có tọa độ là $(1;0;0)$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$. Bán kính của (S) bằng

- A. 6. B. 18. C. 3. D. 9.

Lời giải

Chọn C

Bán kính của (S) là $R = \sqrt{9} = 3$.

Câu 19. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 3. B. -4. C. 4. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{6}{2} = 3$.

Câu 20. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh từ một nhóm gồm 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ?

- A. 9. B. 54. C. 15. D. 6.

Lời giải

Chọn C

Chọn 1 học sinh từ 15 học sinh ta có 15 cách chọn.

THÔNG HIỂU

Câu 21. Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ đồng biến trên khoảng

- A. $(0;2)$. B. $(-\infty;0)$. C. $(1;4)$. D. $(4;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = -3x^2 + 6x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng xét dấu của y' như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$

Nhìn vào bảng xét dấu của y' ta thấy hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

Vậy hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 22. Tìm giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = -x^3 + 3x - 4$.

A. $y_{CT} = -6$

B. $y_{CT} = -1$

C. $y_{CT} = -2$

D. $y_{CT} = 1$

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$; $y' = -3x^2 + 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-6		-2		$-\infty$

Vậy $y_{CD} = y(1) = -2$; $y_{CT} = y(-1) = -6$.

Câu 23. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2$ trên đoạn $[-4; -1]$ bằng

A. -16

B. 0

C. 4

D. -4

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = 3x^2 + 6x$; $y' = 0 \Rightarrow 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \notin [-4; -1] \\ x = -2 \in [-4; -1] \end{cases}$

Khi đó $y(-4) = -16$; $y(-2) = 4$; $y(-1) = 2$.

Nên $\min_{[-4; -1]} y = -16$.

Câu 24. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$					
y'		$+$	0	$-$	$+$				
y	0		2		$-\infty$		3		5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4 .

B. 1 .

C. 3 .

D. 2 .

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta có:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ là một tiệm cận ngang}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5 \Rightarrow y = 5 \text{ là một tiệm cận ngang}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty \Rightarrow x = 1 \text{ là một tiệm cận đứng}$$

Vậy đồ thị hàm số có tổng số đường tiệm cận là 3.

Câu 25. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 7x + 10)^{-2024}$

A. $\mathbb{R} \setminus \{2; 5\}$.

B. $(-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$. **C.** \mathbb{R} .

D. $(2; 5)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{ĐKXĐ: } x^2 - 7x + 10 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq 5 \end{cases}$$

Vậy TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{2; 5\}$.

Câu 26. Đạo hàm của hàm số $y = e^{1-2x}$ là

A. $y' = 2e^{1-2x}$

B. $y' = -2e^{1-2x}$

C. $y' = -\frac{e^{1-2x}}{2}$

D. $y' = e^{1-2x}$

Lời giải

Chọn B

$$y' = e^{1-2x} \cdot (1-2x)' = -2e^{1-2x}$$

Câu 27. Phương trình $27^{2x-3} = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+2}$ có tập nghiệm là

A. $\{-1; 7\}$.

B. $\{-1; -7\}$.

C. $\{1; 7\}$.

D. $\{1; -7\}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } 27^{2x-3} = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+2} \Leftrightarrow 3^{6x-9} = 3^{-x^2-2}$$

$$\Leftrightarrow 6x - 9 = -x^2 - 2 \Leftrightarrow x^2 + 6x - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -7 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{1; -7\}$.

Câu 28. Tập hợp nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+1) < 3$ là:

A. $S = (-1; 8)$.

B. $S = (-\infty; 7)$.

C. $S = (-\infty; 8)$.

D. $S = (-1; 7)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \log_2(x+1) < 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ x+1 < 2^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x < 7 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < 7$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-1; 7)$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x) = 1 + 3 \cos 3x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = x + 3 \sin 2x + C$. **B.** $\int f(x) dx = x + \sin 3x + C$.
C. $\int f(x) dx = x - \sin 3x + C$. **D.** $\int f(x) dx = x - 3 \sin 3x + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int f(x) dx = \int (1 + 3 \cos 3x) dx = \int 1 dx + 3 \int \cos 3x dx = x + \sin 3x + C$

Câu 30. Tích phân $\int_1^2 \frac{dx}{3x-2}$ bằng

- A. $2 \ln 2$ **B.** $\frac{1}{3} \ln 2$ **C.** $\frac{2}{3} \ln 2$ **D.** $\ln 2$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_1^2 \frac{dx}{3x-2} = \frac{1}{3} \ln |3x-2| \Big|_1^2 = \frac{1}{3} (\ln 4 - \ln 1) = \frac{2}{3} \ln 2$.

Câu 31. Cho $\int_1^2 f(x) dx = -3$ và $\int_2^3 f(x) dx = 4$. Khi đó $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

- A. 12. **B.** 7. **C.** 1. **D.** -12.

Lời giải

$\int_1^3 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx = -3 + 4 = 1$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) . Biết $SA = a$, tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = 2a$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3}{6}$. **B.** $V = \frac{a^3}{2}$. **C.** $V = \frac{2a^3}{3}$. **D.** $V = 2a^3$.

Lời giải

Diện tích tam giác ABC vuông cân tại A là: $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} 2a \cdot 2a = 2a^2$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot 2a^2 = \frac{2a^3}{3}$.

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(4; 2; 1)$, $B(-2; -1; 4)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn đẳng thức $\overline{AM} = 2\overline{MB}$.

- A.** $M(0; 0; 3)$. **B.** $M(0; 0; -3)$. **C.** $M(-8; -4; 7)$. **D.** $M(8; 4; -7)$.

Lời giải

Gọi điểm $M(x; y; z)$. Khi đó: $\overline{AM} = 2\overline{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} x-4 = 2(-2-x) \\ y-2 = 2(-1-y) \\ z-1 = 2(4-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=3 \end{cases}$

Vậy $M(0; 0; 3)$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(7;-2;2)$ và $B(1;2;4)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu đường kính AB ?

- A.** $(x-4)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 14$. **B.** $(x-4)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 2\sqrt{14}$.
C. $(x-7)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 14$. **D.** $(x-4)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 56$.

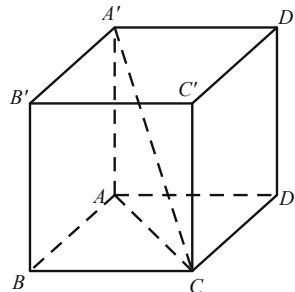
Lời giải

Chọn D

Mặt cầu nhận AB làm đường kính, do đó mặt cầu nhận trung điểm $I(4;0;3)$ của AB làm tâm và có bán kính $R = \frac{AB}{2} = \sqrt{56}$.

Suy ra phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-4)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 56$.

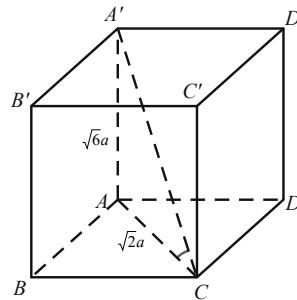
Câu 35. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = BC = a, AA' = \sqrt{6}a$ (tham khảo hình dưới). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng:



- A.** 60° . **B.** 90° . **C.** 30° . **D.** 45° .

Lời giải

Chọn A



Ta có góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng góc giữa $A'C$ và AC và bằng góc $\widehat{A'CA}$.

Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$.

Xét tam giác $\Delta A'CA$ có $\tan \widehat{A'CA} = \frac{A'A}{AC} = \frac{\sqrt{6}a}{\sqrt{2}a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{A'CA} = 60^\circ$.

Vậy góc $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ và bằng 60° .

CÂU VẬN DỤNG

Câu 36. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = -x^4 + 4x^3 + mx$ có ba điểm cực trị?

- A.** 17. **B.** 15. **C.** 3. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = -4x^3 + 12x^2 + m$. Xét phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 12x^2 + m = 0$ (1).

Để hàm số có ba điểm cực trị thì phương trình (1) phải có 3 nghiệm phân biệt.

Ta có: (1) $\Leftrightarrow m = 4x^3 - 12x^2$.

Xét hàm số $g(x) = 4x^3 - 12x^2$ có $g'(x) = 12x^2 - 24x$. Cho

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 12x^2 - 24x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên của $g(x)$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$				
$f'(x)$		+	0	-	0	+		
$f(x)$	$-\infty$		↗	0	↘	-16	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt khi $-16 < m < 0$.

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow -15 \leq m \leq -1$.

Vậy có 15 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 37. Cho hàm số $f(x) = (2m-1)x^3 - (m+2)x + 4$ với m là tham số thực. Nếu $\max_{[-2;0]} f(x) = f(-1)$ thì

$\min_{[-2;0]} f(x)$ bằng

A. $\frac{-4}{3}$.

B. 2 .

C. 4 .

D. -2 .

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$f'(x) = 3(2m-1)x^2 - m - 2$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{m+2}{6m-3} \left(m \neq \frac{1}{2} \right)$$

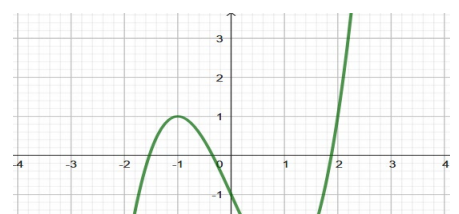
Vì $\max_{[-2;0]} f(x) = f(-1)$ suy ra $x = -1$ là nghiệm của $f'(x) = 0$

$$\Rightarrow \frac{m+2}{6m-3} = 1 \Rightarrow m+2 = 6m-3 \Rightarrow m = 1 \Rightarrow f(x) = x^3 - 3x + 4$$

$$f(-2) = 2, f(0) = 4$$

Vậy $\min_{[-2;0]} f(x) = 4$

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $f(f(x)-1) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?



A. 6.

B. 5.

C. 7.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \in (-2; -1) \\ x = x_2 \in (-1; 0) \\ x = x_3 \in (1; 2) \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } f(f(x) - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) - 1 = x_1 \in (-2; -1) \\ f(x) - 1 = x_2 \in (-1; 0) \\ f(x) - 1 = x_3 \in (1; 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 1 + x_1 \in (-1; 0) \\ f(x) = 1 + x_2 \in (0; 1) \\ f(x) = 1 + x_3 \in (2; 3) \end{cases}$$

+ Ta thấy hai phương trình $f(x) = 1 + x_1 \in (-1; 0)$; $f(x) = 1 + x_2 \in (0; 1)$ đều có ba nghiệm phân biệt.

Phương trình $f(x) = 1 + x_3 \in (2; 3)$ có một nghiệm.

Vậy phương trình $f(f(x) - 1) = 0$ có 7 nghiệm.

Câu 39. Phương trình $4^x - 2(m+1) \cdot 2^x + 3m - 8 = 0$ có hai nghiệm trái dấu khi $m \in (a; b)$. Giá trị của $P = b - a$ là

A. $P = \frac{8}{3}$.

B. $P = \frac{19}{3}$.

C. $P = \frac{15}{3}$.

D. $P = \frac{35}{3}$.

Lời giải

Đặt $t = 2^x$, ta có phương trình $t^2 - 2(m+1)t + 3m - 8 = 0$ (1).

Với $x_1 < 0 < x_2$ thì $0 < 2^{x_1} < 1 < 2^{x_2}$, nên phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu x_1, x_2 khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm $0 < t_1 < 1 < t_2$.

Ta có (1) $\Leftrightarrow t^2 - 2t - 8 = m(2t - 3)$ (2).

Vì $t = \frac{3}{2}$ không là nghiệm phương trình (2) nên: (2) $\Leftrightarrow \frac{t^2 - 2t - 8}{2t - 3} = m$ (3).

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 - 2t - 8}{2t - 3}$, với $0 < t \neq \frac{3}{2}$.

Ta có $f'(t) = \frac{2t^2 - 6t + 22}{(2t - 3)^2} > 0$ với $0 < t \neq \frac{3}{2}$.

Bảng biến thiên:

t	0	1	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f'(t)$		+		+
$f(t)$	$\frac{8}{3}$	9	$+\infty$	$+\infty$

Phương trình (1) có hai nghiệm $0 < t_1 < 1 < t_2$ khi và chỉ khi phương trình (3) có hai nghiệm $0 < t_1 < 1 < t_2$. Từ bảng biến thiên ta suy ra giá trị cần tìm của m là $\frac{8}{3} < m < 9$.

Như vậy $a = \frac{8}{3}$, $b = 9$. Do đó $P = b - a = 9 - \frac{8}{3} = \frac{19}{3}$.

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng ba số nguyên b thỏa mãn $(2^b - 2)(a \cdot 3^b - 20) < 0$?

A. 359.

B. 360.

C. 361.

D. 362.

Lời giải

Chọn B

$$\text{TH1: } \begin{cases} 2^b - 2 > 0 \\ a \cdot 3^b - 20 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^b > 2 \\ 3^b < \frac{20}{a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b > 1 \\ b < \log_3 \left(\frac{20}{a} \right) \end{cases} \Leftrightarrow 1 < b < \log_3 \left(\frac{20}{a} \right)$$

$$\text{Để có đúng ba số nguyên } b \text{ thì } 4 < \log_3 \left(\frac{20}{a} \right) \leq 5 \Leftrightarrow 81 < \frac{20}{a} \leq 243 \Leftrightarrow \frac{20}{243} \leq a < \frac{20}{81}.$$

Trường hợp này không có số nguyên a thỏa mãn.

$$\text{TH2: } \begin{cases} 2^b - 2 < 0 \\ a \cdot 3^b - 20 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^b < 2 \\ 3^b > \frac{20}{a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b < 1 \\ b > \log_3 \left(\frac{20}{a} \right) \end{cases} \Leftrightarrow \log_3 \left(\frac{20}{a} \right) < b < 1$$

$$\text{Để có đúng ba số nguyên } b \text{ thì } -3 \leq \log_3 \left(\frac{20}{a} \right) < -2 \Leftrightarrow \frac{1}{27} \leq \frac{20}{a} < \frac{1}{9} \Leftrightarrow 180 < a \leq 540 \Rightarrow 181 \leq a \leq 540.$$

Trường hợp này có $540 - 181 + 1 = 360$ giá trị a nguyên thỏa mãn.

Vậy số giá trị nguyên của a là: 360.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi $F(x), G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên \mathbb{R} thỏa mãn $2F(4) - G(4) = 6$ và $2F(0) - G(0) = 2$. Khi đó $\int_0^2 f(2x) dx$ bằng

B. 4.

B. $\frac{3}{2}$.

C. -2.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $G(x) = F(x) + C$

$$\begin{cases} 2F(4) - G(4) = 6 \\ 2F(0) - G(0) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2F(4) - (F(4) + C) = 6 \\ 2F(0) - (F(0) + C) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} F(4) - C = 6 \\ F(0) - C = 2 \end{cases} \Rightarrow F(4) - F(0) = 4.$$

Đặt $I = \int_0^2 f(2x) dx$

Đặt $t = 2x \Rightarrow dt = 2dx \Rightarrow dx = \frac{1}{2} dt$

Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 0; x = 2 \Rightarrow t = 4$

$$I = \frac{1}{2} \int_0^4 f(t) dt = \frac{1}{2} [F(4) - F(0)] = \frac{4}{2} = 2.$$

Câu 42. Cho hình nón tròn xoay có chiều cao bằng $2a$, bán kính đáy bằng $3a$. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện bằng $\frac{3a}{2}$. Diện tích của thiết diện đó bằng

A. $\frac{2a^2\sqrt{3}}{7}$.

B. $12a^2\sqrt{3}$.

C. $\frac{12a^2}{7}$.

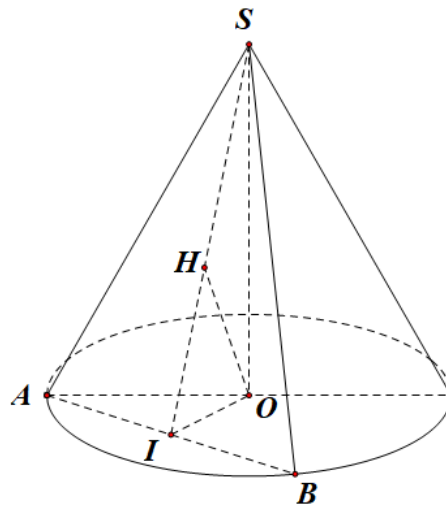
D. $\frac{24a^2\sqrt{3}}{7}$.

Lời giải

Chọn D

Xét hình nón đỉnh S có chiều cao $SO = 2a$, bán kính đáy $OA = 3a$.

Thiết diện đi qua đỉnh của hình nón là tam giác SAB cân tại S .



+ Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB . Trong tam giác SOI , kẻ $OH \perp SI$, $H \in SI$.

$$+ \begin{cases} AB \perp OI \\ AB \perp SO \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SOI) \Rightarrow AB \perp OH.$$

$$+ \begin{cases} OH \perp SI \\ OH \perp AB \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SAB) \Rightarrow d(O, (SAB)) = OH = \frac{3a}{2}.$$

Xét tam giác SOI vuông tại O , ta có $\frac{1}{OI^2} = \frac{1}{OH^2} - \frac{1}{SO^2} = \frac{4}{9a^2} - \frac{1}{4a^2} = \frac{7}{36a^2} \Rightarrow OI = \frac{6a}{\sqrt{7}}$.

$$SI = \sqrt{SO^2 + OI^2} = \sqrt{4a^2 + \frac{36a^2}{7}} = \frac{8a}{\sqrt{7}}.$$

Xét tam giác AOI vuông tại I , $AI = \sqrt{AO^2 - OI^2} = \sqrt{9a^2 - \frac{36a^2}{7}} = \frac{3\sqrt{3}a}{\sqrt{7}}$

$$\Rightarrow AB = 2AI = \frac{6\sqrt{3}a}{\sqrt{7}}.$$

$$\text{Vậy diện tích của thiết diện là: } S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2} \cdot SI \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot \frac{8a}{\sqrt{7}} \cdot \frac{6\sqrt{3}a}{\sqrt{7}} = \frac{24a^2\sqrt{3}}{7}.$$

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1;0;0)$, $B(0;0;2)$, $C(0;-3;0)$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là

- A. $\frac{\sqrt{14}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{14}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{14}}{2}$. D. $\sqrt{14}$.

Lời giải

Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$.

Phương trình mặt cầu (S) có dạng: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$.

Vì O, A, B, C thuộc (S) nên ta có:

$$\begin{cases} d = 0 \\ 1 + 2a + d = 0 \\ 4 - 4c + d = 0 \\ 9 + 6b + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = -\frac{3}{2} \\ c = 1 \\ d = 0 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy bán kính mặt cầu } (S) \text{ là: } R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{9}{4} + 1} = \frac{\sqrt{14}}{2}.$$

Câu 44. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có hai chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ S , xác suất để chọn được số có tích hai chữ số bằng 8 là

- A. $\frac{4}{81}$. B. $\frac{2}{27}$. C. $\frac{5}{81}$. D. $\frac{8}{81}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi \overline{ab} là số tự nhiên có hai chữ số khác nhau.

Chọn a có 9 cách.

Chọn b có 9 cách.

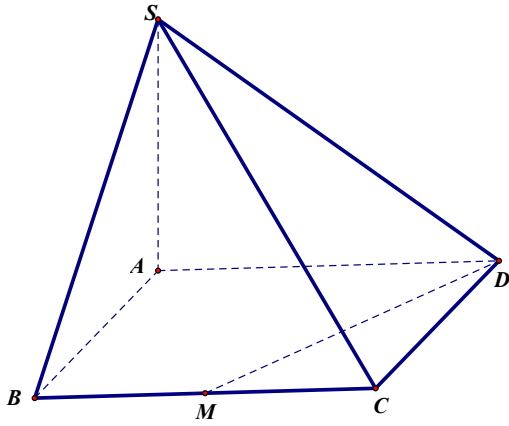
Do đó có $9 \cdot 9 = 81$ số có hai chữ số khác nhau.

Gọi A là biến cố: “Chọn được số có tích hai chữ số bằng 8”.

Khi đó $A = \{18, 81, 24, 42\}$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{4}{81}.$$

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau SB và DM .



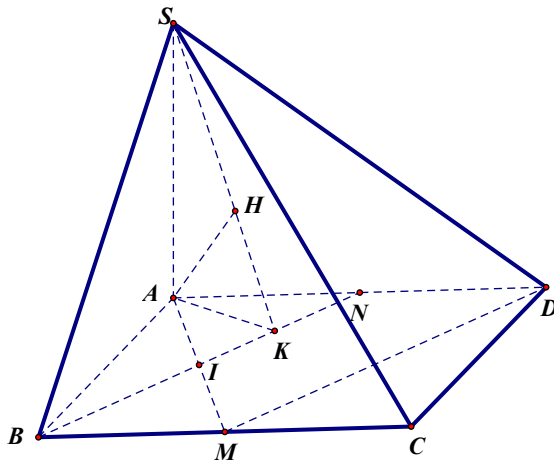
A. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{2a\sqrt{7}}{7}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải



Gọi N là trung điểm của cạnh AD . Ta có $DM \parallel BN \Rightarrow DM \parallel (SBN)$.

Do đó $d(DM, SB) = d(DM, (SBN)) = d(M, (SBN))$.

Gọi I là giao điểm của BN và AM . Khi đó I là trung điểm của AM .

Suy ra $d(M, (SBN)) = d(A, (SBN))$.

Kẻ $AK \perp BN$ và kẻ $AH \perp SK$.

Khi đó $d(A, (SBN)) = AH$.

Ta có $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{BN^2} = \frac{5}{4a^2}$.

Suy ra $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AK^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{7}{4a^2} \Rightarrow AH = \frac{2a\sqrt{7}}{7}$.

Vậy $d(DM, SB) = \frac{2a\sqrt{7}}{7}$.

VẬN DỤNG CAO

Câu 46. Xét tất cả các số thực x, y sao cho $a^{4x - \log_{\sqrt{3}} a} \leq 9^{68 - y^2}$ với mọi số thực dương a . Khi biểu thức $P = 2x^2 + 2y^2 + x - 4y$ đạt giá trị lớn nhất thì $2x + y$ bằng

A. -4 .

B. -14 .

C. 12 .

D. 4 .

Lời giải

Ta có $a^{4x - \log_{\sqrt{3}} a} \leq 9^{68 - y^2} \Leftrightarrow a^{4x - 2\log_3 a} \leq 9^{68 - y^2} \Leftrightarrow (4x - 2\log_3 a) \log_3 a \leq 2(68 - y^2)$

$$\Leftrightarrow \log_3^2 a - 2x \log_3 a + 68 - y^2 \geq 0 \quad \forall a \quad (*)$$

Coi (*) là bất phương trình bậc hai ẩn $\log_3 a$

Đề (*) đúng với mọi số thực dương a thì

$$\begin{cases} \Delta' \leq 0 \\ heso a = 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 - (68 - y^2) \leq 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 68 \leq 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 \leq 68$$

$$\text{Ta có } (x - 4y)^2 \leq [1^2 + (-4)^2](x^2 + y^2) = 17.68 \Leftrightarrow (x - 4y)^2 \leq 34^2 \Leftrightarrow -34 \leq x - 4y \leq 34$$

$$\text{Suy ra } P = 2x^2 + 2y^2 + x - 4y \leq 2.68 + 34 = 170$$

$$\text{Vậy } P_{\max} = 170 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{1} = \frac{y}{-4} \\ x - 4y = 34 \\ x^2 + y^2 = 68 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -8 \end{cases} \Rightarrow 2x + y = 4 - 8 = -4$$

Suy ra chọn A

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 3 = 0$ và hai điểm $A(3; 5; 0), B(0; -1; 0)$. Điểm $M(a; b; c)$ di động trên (S). Khi biểu thức $MA + 2MB$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $2a + b + c$ bằng

A. 7 .

B. -7 .

C. -5 .

D. 8 .

Lời giải

$$\text{Vì } M(a; b; c) \in (S) \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 - 2a - 2b - 3 = 0$$

Ta có

$$\begin{aligned} MA + 2MB &= \sqrt{(a-3)^2 + (b-5)^2 + c^2} + 2\sqrt{a^2 + (b+1)^2 + c^2} \\ &= \sqrt{(a-3)^2 + (b-5)^2 + c^2} + 3.0 + 2\sqrt{a^2 + (b+1)^2 + c^2} \\ &= \sqrt{(a-3)^2 + (b-5)^2 + c^2} + 3(a^2 + b^2 + c^2 - 2a - 2b - 3) + 2\sqrt{a^2 + (b+1)^2 + c^2} \\ &= \sqrt{4a^2 + 4b^2 + 4c^2 - 12a - 16b + 25} + 2\sqrt{a^2 + (b+1)^2 + c^2} \\ &= 2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - 3a - 4b + \frac{25}{4}} + 2\sqrt{a^2 + (b+1)^2 + c^2} \\ &= 2 \left[\sqrt{\left(\frac{3}{2} - a\right)^2 + (2-b)^2 + (-c)^2} + \sqrt{a^2 + (b+1)^2 + c^2} \right] \geq 2 \left[\sqrt{\left(\frac{3}{2} - a + a\right)^2 + (2-b+b+1)^2 + (-c+c)^2} \right] \geq 3\sqrt{5} \end{aligned}$$

Vậy giá trị lớn nhất của $MA + 2MB$ bằng

$$3\sqrt{5} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\frac{3}{2} - a}{a} = \frac{2-b}{b+1} \\ c = 0 \\ a^2 + b^2 + c^2 - 2a - 2b - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow 2a + b + c = 4 + 3 + 0 = 7$$

Suy ra chọn A

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng $(1; +\infty)$ và thỏa mãn

$[x.f'(x) - 2f(x)] \ln x = 2x^4 - f(x)$ và $f(e) = e^4 + 2e^2$. Giá trị $f(2)$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $\left(31; \frac{65}{2}\right)$.

B. $(33; 35)$.

C. $(28; 31)$.

D. $\left(\frac{71}{2}; 37\right)$.

Lời giải

Vì $x \in (1; +\infty)$ ta có:

$$[x.f'(x) - 2f(x)] \ln x = 2x^4 - f(x) \Rightarrow \frac{x.f'(x) - 2f(x)}{x^3} \cdot \ln x = 2x - \frac{f(x)}{x^3}$$

$$\Rightarrow \frac{f'(x) \cdot x^2 - 2x \cdot f(x)}{x^4} \cdot \ln x = 2x - \frac{f(x)}{x^3} \Leftrightarrow \left(\frac{f(x)}{x^2}\right)' \cdot \ln x = 2x - \frac{f(x)}{x^3}$$

$$\int \left[\left(\frac{f(x)}{x^2}\right)' \cdot \ln x\right] dx = \int \left[2x - \frac{f(x)}{x^3}\right] dx$$

Đặt $u = \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x} dx, dv = \left(\frac{f(x)}{x^2}\right)' \Rightarrow v = \int \left(\frac{f(x)}{x^2}\right)' dx \Rightarrow v = \frac{f(x)}{x^2}$. Suy ra

$$\frac{f(x)}{x^2} \cdot \ln x - \int \frac{f(x)}{x^3} dx = x^2 - \int \frac{f(x)}{x^3} dx \Rightarrow \frac{f(x)}{x^2} \cdot \ln x = x^2 + C \Rightarrow f(x) = \frac{x^4 + Cx^2}{\ln x}$$

Vì

$$f(e) = e^4 + 2e^2 \Rightarrow \frac{e^4 + Ce^2}{\ln e} = e^4 + 2e^2 \Rightarrow Ce^2 = 2e^2 \Rightarrow C = 2 \Rightarrow f(x) = \frac{x^4 + 2x^2}{\ln x} \Rightarrow f(2) = \frac{24}{\ln 2}$$

$$\Rightarrow f(2) \in (33; 35)$$

Suy ra chọn B

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt bên SAB là tam giác đều cạnh $\sqrt{5}a$, tam giác ABC vuông tại A có $AC = 2a$, góc giữa đường thẳng AD và mặt phẳng (SAB) bằng 30° .

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{5\sqrt{3}}{8} a^3$.

B. $\frac{5\sqrt{3}}{4} a^3$.

C. $\frac{15\sqrt{3}}{8} a^3$.

D.

$\frac{15\sqrt{3}}{4} a^3$.

Lời giải

$$\text{Vì } AD \parallel BC \Rightarrow (AD, (SAB)) = (BC, (SAB))$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của C lên

$$(SAB) \Rightarrow (BC, (SAB)) = \widehat{CBH} = 30^\circ$$

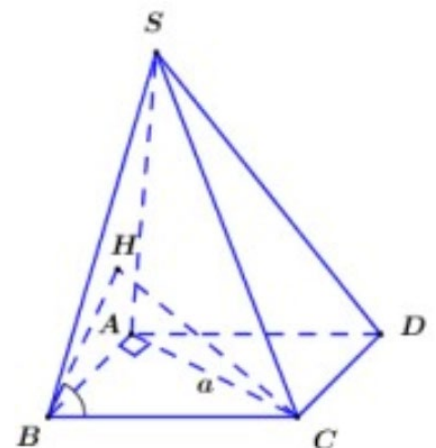
Xét tam giác ABC vuông tại A có

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{5a^2 + 4a^2} = 3a$$

Xét tam giác BCH vuông tại H có

$$CH = BC \cdot \sin 30^\circ \Rightarrow CH = 3a \cdot \frac{1}{2} = \frac{3a}{2}$$

Ta có

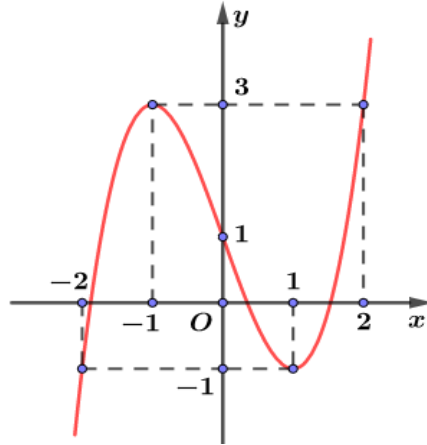


$$S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2} SA \cdot SB \cdot \sin 60^\circ = \frac{5\sqrt{3}}{4} a^2 \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot CH \cdot S_{\Delta SAB} = \frac{5\sqrt{3}}{8} a^3$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = 2V_{S.ABC} = \frac{5\sqrt{3}}{4} a^3$$

Suy ra chọn B

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.



Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10; 10]$ để hàm số

$$g(x) = f(x-m) - \frac{1}{2}(x-m+1)^2 + 2024 \text{ đồng biến trên } (1; 2).$$

A. 10.

B. 11.

C. 12.

D. 13.

Lời giải

Ta có $g'(x) = f'(x-m) - (x-m+1)$.

Vậy $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x-m) - (x-m+1) = 0 \Leftrightarrow f'(x-m) = x-m+1$ (1).

Đặt $t = x-m$, khi đó phương trình (1) trở

$$\text{thành } f'(t) = t+1 \Leftrightarrow \begin{cases} t=2 \\ t=0 \\ t=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-m=2 \\ x-m=0 \\ x-m=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=m+2 \\ x=m \\ x=m-2 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ như sau:

x	$-\infty$	$m-2$	m	$m+2$	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+	0	+
$g(x)$		↗		↘	

Vậy hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$ khi $\begin{cases} m-2 \leq 1 \\ m \geq 2 \\ m+2 \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \leq m \leq 3 \\ m \leq -1 \end{cases}$.

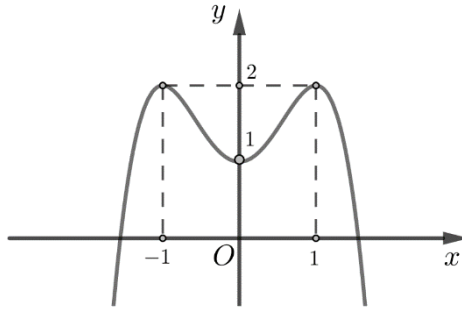
Vì $m \in [-10; 10] \Rightarrow \begin{cases} -10 \leq m \leq -1 \\ 2 \leq m \leq 3 \end{cases}$. Suy ra có 12 giá trị nguyên của m thỏa mãn

Suy ra chọn C

GIẢI CHI TIẾT ĐỀ 102-104 CHÍNH THỨC

NHẬN BIẾT

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(0;1)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-3		2	$-\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A.** $x = 3$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = -3$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	0	1	4	$+\infty$			
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A.** 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 4. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x+3}$ là

- A.** $x = -1$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = -3$. **D.** $x = 3$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1;3]$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

x	-1	0	2	3	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	0	5		1	4

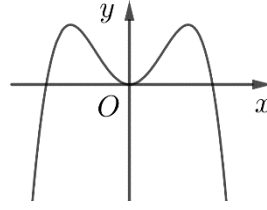
A. $\max_{[-1;3]} f(x) = 5.$

B. $\max_{[-1;3]} f(x) = 4.$

C. $\max_{[-1;3]} f(x) = 1.$

D. $\max_{[-1;3]} f(x) = 0.$

Câu 6. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = -x^4 + 2x^2.$

B. $y = -x^3 + 3x.$

C. $y = x^4 - 2x^2.$

D. $y = x^3 - 3x.$

Câu 7. Tập xác định của hàm số $y = \log_5 x$ là

A. $[0; +\infty).$

B. $(-\infty; 0).$

C. $(0; +\infty).$

D. $(-\infty; +\infty).$

Câu 8. Nghiệm của phương trình $\log_3(x - 2) = 2$ là

A. $x = 11.$

B. $x = 10.$

C. $x = 7.$

D. $8.$

Câu 9. Nghiệm của phương trình $3^{x-2} = 9$ là

A. $x = -3.$

B. $x = 3.$

C. $x = 4.$

D. $x = -4.$

Câu 10. $\int x^4 dx$ bằng

A. $\frac{1}{5}x^5 + C$

B. $4x^3 + C$

C. $x^5 + C$

D. $5x^5 + C$

Câu 11. Biết $\int_1^3 f(x) dx = 3$. Giá trị của $\int_1^3 2f(x) dx$ bằng

A. $5.$

B. $9.$

C. $6.$

D. $\frac{3}{2}.$

Câu 12. Biết $\int_1^2 f(x) dx = 2$ và $\int_1^2 g(x) dx = 3$. Khi đó $\int_1^2 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

A. $1.$

B. $5.$

C. $-1.$

D. $6.$

Câu 13. Hình chóp ngũ giác có bao nhiêu mặt?

A. Bảy.

B. Sáu.

C. Năm.

D. Mười.

Câu 14. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $6.$

B. $12.$

C. $2.$

D. $3.$

Câu 15. Cho hình nón có bán kính đáy $r = 2$ và độ dài đường sinh $l = 5$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $20\pi.$

B. $\frac{20\pi}{3}.$

C. $10\pi.$

D. $\frac{10\pi}{3}.$

Câu 16. Cho hình trụ có bán $r = 7$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $42\pi.$

B. $147\pi.$

C. $49\pi.$

D. $21\pi.$

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 2; 1)$ trên trục Oy có tọa độ là:

A. $(0; 2; 1).$

B. $(0; 2; 0).$

C. $(0; 0; 1).$

D. $(3; 0; 0).$

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 16$. Bán kính của (S) là:

- A. 32 B. 8 C. 4 D. 16

Câu 19. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3; u_2 = 9$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 6. B. 3. C. 12. D. -6.

Câu 20. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh từ một nhóm gồm 5 học sinh nam và 7 học sinh nữ?

- A. 7. B. 12. C. 5. D. 35.

THÔNG HIỂU

Câu 21. Hàm số $y = x^3 - 3x$ nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(-1; 1)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 22. Giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ là:

- A. $y_{CT} = 0$. B. $y_{CT} = 3$. C. $y_{CT} = 2$. D. $y_{CT} = 4$.

Câu 23. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3; 3]$ là

- A. 4. B. -16. C. 20. D. 0.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2		0		$+\infty$
y'	-		+		-	
y	$+\infty$			$+\infty$		1
		1		$-\infty$		0

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 25. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 + 3x - 4)^{-2024}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{-4; 1\}$. B. \mathbb{R} . C. $[-4; 1]$. D. $(-4; 1)$.

Câu 26. Tính đạo hàm của hàm số $y = e^{x^2+x}$.

- A. $(2x+1)e^x$ B. $(2x+1)e^{x^2+x}$ C. $(2x+1)e^{2x+1}$ D. $(x^2+x)e^{2x+1}$

Câu 27. Tập nghiệm của phương trình $4^{x-x^2} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ là

- A. $\left\{0; \frac{2}{3}\right\}$. B. $\left\{0; \frac{1}{2}\right\}$. C. $\{0; 2\}$. D. $\left\{0; \frac{3}{2}\right\}$.

Câu 28. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x+1) < 2$ là

- A. $\left[-\frac{1}{3}; 1\right)$ B. $\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$ C. $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$ D. $(-\infty; 1)$

Câu 29. Cho hàm số $f(x) = 2 + 3\sin 3x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = 2x + 3\sin 3x + C$.

B. $\int f(x)dx = 2x - \cos 3x + C$.

C. $\int f(x)dx = 2x + \cos 3x + C$.

D. $\int f(x)dx = 2x - 3\cos 3x + C$.

Câu 30. Tích phân $\int_0^2 \frac{dx}{x+3}$ bằng

A. $\frac{2}{15}$

B. $\frac{16}{225}$

C. $\log \frac{5}{3}$

D. $\ln \frac{5}{3}$

Câu 31. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R và có $\int_0^2 f(x)dx = 9$, $\int_2^4 f(x)dx = 4$. Tính $I = \int_0^4 f(x)dx$.

A. $I = 5$.

B. $I = 36$.

C. $I = \frac{9}{4}$.

D. $I = 13$.

Câu 32. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a, AC = 2a, SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{a^3}{3}$.

D. $\frac{2a^3}{3}$.

Câu 33. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm là $A(1;3;-1), B(3;-1;5)$. Tìm tọa độ của điểm M thỏa mãn hệ thức $\overline{MA} = 3\overline{MB}$.

A. $M\left(\frac{5}{3}; \frac{13}{3}; 1\right)$.

B. $M\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}; 3\right)$.

C. $M\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}; 3\right)$.

D. $M(4;-3;8)$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(3;-2;5), N(-1;6;-3)$. Mặt cầu đường kính MN có phương trình là:

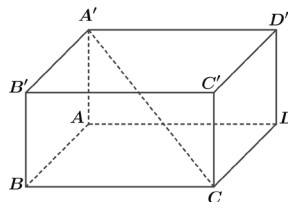
A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 6$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 6$.

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 36$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 36$.

Câu 35. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, có $AB = AA' = a, AD = a\sqrt{2}$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. 30° .

B. 45° .

C. 90° .

D. 60° .

VẬN DỤNG

Câu 36. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^4 + 4x^3 - mx$ có ba điểm cực trị?

A. 17.

B. 15.

C. 3.

D. 7.

Câu 37. Cho hàm số $f(x) = (2m+1)x^3 + (m+4)x - 2$ với m là tham số thực. Nếu $\max_{[0;2]} f(x) = f(1)$ thì $\min_{[-2;0]} f(x)$ bằng

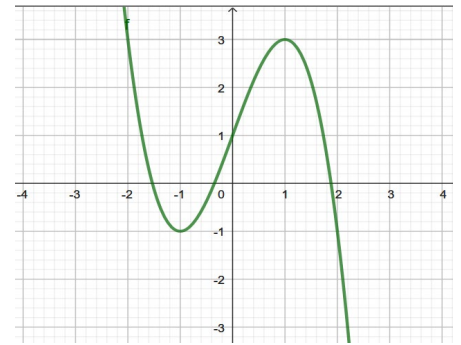
A. $\frac{-3}{4}$.

B. 2.

C. -4.

D. -2.

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $f(f(x)+1) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?



A. 6.

B. 5.

C. 7.

D. 4.

Câu 39. Cho phương trình $4^x - (2m+1)2^x + 2(1-m) = 0$, m là tham số phương trình có nghiệm thuộc $[0;1]$ là $[a;b]$. Tổng $a+b$ bằng

A. $\frac{5}{2}$.

B. $\frac{7}{6}$.

C. $\frac{8}{3}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng bốn số nguyên b thỏa mãn $(3^b - 9)(a \cdot 2^b - 20) < 0$?

A. 79.

B. 80.

C. 81.

D. 82.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi $F(x), G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên \mathbb{R} thỏa mãn $F(6) - 2G(6) = 8$ và $F(0) - 2G(0) = 2$. Khi đó $\int_0^2 f(3x) dx$ bằng

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{10}{3}$.

C. -2.

D. 2.

Câu 42. Cho hình nón tròn xoay có chiều cao $h = 20(cm)$, bán kính đáy $r = 25(cm)$. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là $12(cm)$. Tính diện tích thiết diện đó.

A. $S = 406(cm^2)$.

B. $S = 400(cm^2)$.

C. $S = 300(cm^2)$.

D. $S = 500(cm^2)$.

Câu 43. Gọi (S) là mặt cầu đi qua 4 điểm $A(2;0;0), B(1;3;0), C(-1;0;3), D(1;2;3)$. Tính bán kính R của (S) .

A. $R = 2\sqrt{2}$.

B. $R = 3$.

C. $R = 6$.

D. $R = \sqrt{6}$.

Câu 44. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có hai chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ S , xác suất để chọn được số có tích hai chữ số bằng 6 là

A. $\frac{4}{81}$.

B. $\frac{2}{27}$.

C. $\frac{5}{81}$.

D. $\frac{8}{81}$.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O cạnh bằng a , cạnh bên $SA = 2a$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của đoạn AO . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và AB .

A. $\frac{a\sqrt{11}}{22}$.

B. $\frac{2a\sqrt{31}}{\sqrt{142}}$.

C. $2a$.

D. $4a$.

VẬN DỤNG CAO

Câu 46. Xét tất cả các số thực x, y sao cho $a^{4x - \log_{\sqrt{6}} a} \leq 36^{40 - y^2}$ với mọi số thực dương a . Khi biểu thức

$P = x^2 + y^2 + 3x - y$ đạt giá trị lớn nhất thì $2x + y$ bằng

- A.** 2 . **B.** 10 . **C.** -10 . **D.** -2 .

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 23 = 0$ và hai điểm $A(7; 9; 0), B(0; 8; 0)$. Điểm $M(a; b; c)$ di động trên (S) . Khi biểu thức $MA + 2MB$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $a + 2b + c$ bằng

- A.** 13 . **B.** -11 . **C.** -5 . **D.** 8 .

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng $(1; +\infty)$ và thỏa mãn

$[x \cdot f'(x) - f(x)] \ln x = 2x^3 - f(x)$ và $f(e) = e^3 + e$. Giá trị $f(2)$ thuộc khoảng nào sau đây?

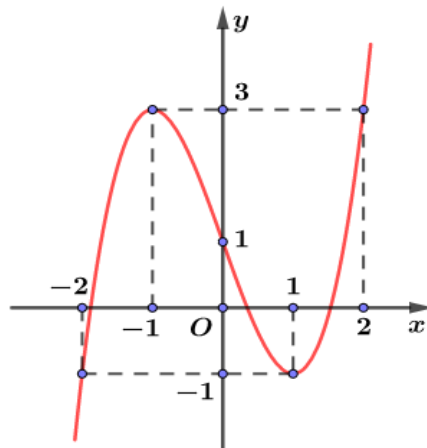
- A.** $(10; 12)$. **B.** $\left(12; \frac{27}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{25}{2}; 15\right)$. **D.** $\left(\frac{9}{2}; 9\right)$.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt bên SAB là tam giác đều cạnh $2\sqrt{2}a$, tam giác ABC vuông tại A có $AC = a$, góc giữa đường thẳng AD và mặt phẳng (SAB) bằng 60° .

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A.** $3a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $\sqrt{3}a^3$. **D.** $2\sqrt{3}a^3$.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.



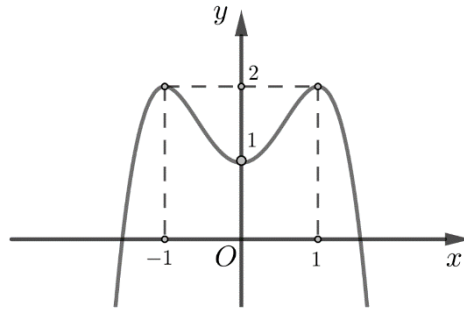
Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10; 10]$ để hàm số

$g(x) = f(x - m) - \frac{1}{2}(x - m + 1)^2 + 2024$ nghịch biến trên $(1; 2)$.

- A.** 8 . **B.** 9 . **C.** 10 . **D.** 11 .

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0;1)$. B. $(-\infty;0)$. C. $(1;+\infty)$. D. $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta có hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$

\Rightarrow chọn đáp án **A.**

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-3	2	$-\infty$	

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. $x = 3$. B. $x = -1$. C. $x = 2$. D. $x = -3$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta có: hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 3$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	0	1	4	$+\infty$			
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 5.

Lời giải

Chọn C

Câu 4. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x+3}$ là

A. $x = -1$.

B. $x = 1$.

C. $x = -3$.

D. $x = 3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow -3^+} y = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -3^-} y = +\infty$ nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = -3$ làm tiệm cận đứng.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1; 3]$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

x	-1	0	2	3		
y'		+	0	-	0	+
y	0	↗ 5	↘ 1	↗ 4		

A. $\max_{[-1;3]} f(x) = 5$.

B. $\max_{[-1;3]} f(x) = 4$.

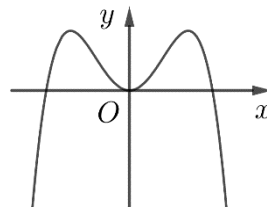
C. $\max_{[-1;3]} f(x) = 1$.

D. $\max_{[-1;3]} f(x) = 0$.

Lời giải

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy $\max_{[-1;3]} f(x) = f(0) = 5$.

Câu 6. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = -x^4 + 2x^2$.

B. $y = -x^3 + 3x$.

C. $y = x^4 - 2x^2$.

D. $y = x^3 - 3x$.

Lời giải

Chọn A

Đường cong trong hình là đồ thị hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có hệ số $a < 0$.

Câu 7. Tập xác định của hàm số $y = \log_5 x$ là

A. $[0; +\infty)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x > 0$.

Tập xác định: $D = (0; +\infty)$.

Câu 8. Nghiệm của phương trình $\log_3(x-2) = 2$ là

A. $x = 11$.

B. $x = 10$.

C. $x = 7$.

D. 8.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x > 2$

Phương trình tương đương với $x - 2 = 3^2 \Leftrightarrow x = 11$

Câu 9. Nghiệm của phương trình $3^{x-2} = 9$ là

- A. $x = -3$. B. $x = 3$. C. $x = 4$. D. $x = -4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $3^{x-2} = 9 \Leftrightarrow x - 2 = 2 \Leftrightarrow x = 4$.

Câu 10. $\int x^4 dx$ bằng

- A. $\frac{1}{5}x^5 + C$ B. $4x^3 + C$ C. $x^5 + C$ D. $5x^5 + C$

Lời giải

Chọn A

$\int x^4 dx = \frac{1}{5}x^5 + C$.

Câu 11. Biết $\int_1^3 f(x) dx = 3$. Giá trị của $\int_1^3 2f(x) dx$ bằng

- A. 5. B. 9. C. 6. D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_1^3 2f(x) dx = 2 \int_1^3 f(x) dx = 2.3 = 6$.

Câu 12. Biết $\int_1^2 f(x) dx = 2$ và $\int_1^2 g(x) dx = 3$. Khi đó $\int_1^2 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

- A. 1. B. 5. C. -1. D. 6.

Lời giải

Chọn D

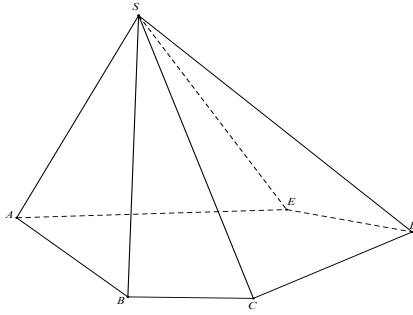
Ta có: $\int_1^2 [f(x) + g(x)] dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_1^2 g(x) dx = 2 + 3 = 5$.

Câu 13. Hình chóp ngũ giác có bao nhiêu mặt?

- A. Bảy. B. Sáu. C. Năm. D. Mười.

Chọn B

Lời giải



Hình chóp ngũ giác có năm mặt bên và một mặt đáy, nên số mặt của nó là sáu mặt.

- Câu 14.** Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích khối chóp đã cho bằng
A. 6. **B.** 12. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối chóp đã cho là $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}.3.2 = 2$.

- Câu 15.** Cho hình nón có bán kính đáy $r = 2$ và độ dài đường sinh $l = 5$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A.** 20π . **B.** $\frac{20\pi}{3}$ **C.** 10π . **D.** $\frac{10\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có diện tích xung quanh của hình nón đã cho là: $S_{xq} = \pi rl = \pi.2.5 = 10\pi$.

- Câu 16.** Cho hình trụ có bán $r = 7$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A.** 42π . **B.** 147π . **C.** 49π . **D.** 21π .

Lời giải

Chọn A

$S_{xq} = 2\pi rl = 42\pi$.

- Câu 17.** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;2;1)$ trên trục Oy có tọa độ là:

- A.** $(0;2;1)$. **B.** $(0;2;0)$. **C.** $(0;0;1)$. **D.** $(3;0;0)$.

Lời giải

Chọn B

- Câu 18.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 16$. Bán kính của (S) là:

- A.** 32 **B.** 8 **C.** 4 **D.** 16

Lời giải

Chọn C

Từ phương trình mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 16 \Rightarrow$ Bán kính $R = \sqrt{16} = 4$

- Câu 19.** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$; $u_2 = 9$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 6.

B. 3.

C. 12.

D. -6.

Lời giải

Chọn A

Cấp số cộng (u_n) có số hạng tổng quát là: $u_n = u_1 + (n-1)d$;

(Với u_1 là số hạng đầu và d là công sai).

Suy ra có: $u_2 = u_1 + d \Leftrightarrow 9 = 3 + d \Leftrightarrow d = 6$.

Vậy công sai của cấp số cộng đã cho bằng 6.

Câu 20. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh từ một nhóm gồm 5 học sinh nam và 7 học sinh nữ?

A. 7.

B. 12.

C. 5.

D. 35.

Lời giải

Chọn B

Tổng số học sinh là: $5 + 7 = 12$.

Số chọn một học sinh là: 12 cách.

Câu 21. Hàm số $y = x^3 - 3x$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-\infty; +\infty)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2 - 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$.

Ta có bảng xét dấu y' :

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 22. Giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ là:

A. $y_{CT} = 0$.

B. $y_{CT} = 3$.

C. $y_{CT} = 2$.

D. $y_{CT} = 4$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$, $y'' = 6x - 6$

$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

$y''(0) = -6, y''(2) = 6$

Do đó hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2 \Rightarrow y_{CT} = y(2) = 0$.

Câu 23. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3; 3]$ là

A. 4.

B. -16.

C. 20.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

$$f(x) = x^3 - 3x + 2 \text{ tập xác định } \mathbb{R}.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1 \in [-3; 3].$$

$$f(1) = 0; f(-1) = 4; f(3) = 20; f(-3) = -16.$$

Từ đó suy ra $\max_{[-3;3]} f(x) = f(3) = 20$.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'		$-$	$+$	$-$
y	$+\infty$	1	$-\infty$	0

Arrows in the original image point from $y = +\infty$ at $x = -\infty$ to $y = 1$ at $x = -2$, from $y = -\infty$ at $x = 0$ to $y = 1$ at $x = -2$, and from $y = 0$ at $x = +\infty$ to $y = 1$ at $x = 0$.

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} y = -\infty \Rightarrow x = -2 \text{ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} y = +\infty \Rightarrow x = 0 \text{ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.}$$

Vậy đồ thị hàm số đã cho có tổng đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là 3.

Câu 25. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 + 3x - 4)^{-2024}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{-4; 1\}$.

B. \mathbb{R} .

C. $[-4; 1]$.

D. $(-4; 1)$.

Lời giải

Vì $y = (x^2 + 3x - 4)^{-2024}$ là hàm số lũy thừa có số mũ nguyên âm nên điều kiện xác định là

$$x^2 + 3x - 4 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -4 \end{cases}.$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{-4; 1\}$.

Câu 26. Tính đạo hàm của hàm số $y = e^{x^2+x}$.

A. $(2x+1)e^x$

B. $(2x+1)e^{x^2+x}$

C. $(2x+1)e^{2x+1}$

D. $(x^2+x)e^{2x+1}$

Lời giải

Chọn B

$$(e^{x^2+x})' = e^{x^2+x} \cdot (x^2+x)' = (2x+1)e^{x^2+x}$$

Câu 27. Tập nghiệm của phương trình $4^{x-x^2} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ là

- A. $\left\{0; \frac{2}{3}\right\}$. B. $\left\{0; \frac{1}{2}\right\}$. C. $\{0; 2\}$. **D.** $\left\{0; \frac{3}{2}\right\}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } 4^{x-x^2} = \left(\frac{1}{2}\right)^x \Leftrightarrow 2^{2x-2x^2} = 2^{-x} \Leftrightarrow -2x^2 + 2x = -x \Leftrightarrow -2x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}.$$

Câu 28. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x+1) < 2$ là

- A. $\left[-\frac{1}{3}; 1\right)$ B. $\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$ **C.** $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$ D. $(-\infty; 1)$

Lời giải

Chọn C

$$\text{ĐK: } x > -\frac{1}{3}$$

$$\log_2(3x+1) < 2 \Leftrightarrow 3x+1 < 4 \Leftrightarrow x < 1$$

Kết hợp với điều kiện ta được nghiệm của bất phương trình là $-\frac{1}{3} < x < 1$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x) = 2 + 3 \sin 3x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = 2x + 3 \sin 3x + C$. **B.** $\int f(x) dx = 2x - \sin 3x + C$.
C. $\int f(x) dx = 2x + \sin 3x + C$. D. $\int f(x) dx = 2x - 3 \sin 3x + C$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \int f(x) dx = \int (2 + 3 \sin 3x) dx = \int 2 dx + 3 \int \sin 3x dx = 2x - \cos 3x + C$$

Câu 30. Tích phân $\int_0^2 \frac{dx}{x+3}$ bằng

- A. $\frac{2}{15}$ B. $\frac{16}{225}$ C. $\log \frac{5}{3}$ **D.** $\ln \frac{5}{3}$

Lời giải

Chọn D

$$\int_0^2 \frac{dx}{x+3} = \ln|x+3| \Big|_0^2 = \ln \frac{5}{3}$$

Câu 31. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R và có $\int_0^2 f(x) dx = 9$, $\int_2^4 f(x) dx = 4$. Tính $I = \int_0^4 f(x) dx$.

- A. $I = 5$. B. $I = 36$. C. $I = \frac{9}{4}$. **D.** $I = 13$.

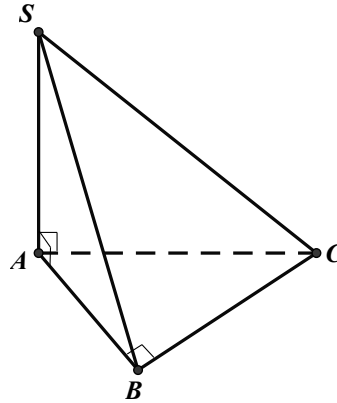
Lời giải

$$\text{Ta có: } I = \int_0^4 f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^4 f(x) dx = 9 + 4 = 13.$$

Câu 32. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a, AC = 2a, SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{a^3}{3}$. D. $\frac{2a^3}{3}$.

Lời giải



Ta có $BC^2 = AC^2 - AB^2 = 3a^2 \Rightarrow BC = a\sqrt{3}$.

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot SA = \frac{1}{6} \cdot a \cdot a\sqrt{3} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

Câu 33. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm là $A(1;3;-1)$, $B(3;-1;5)$. Tìm tọa độ của điểm M thỏa mãn hệ thức $\overline{MA} = 3\overline{MB}$.

- A. $M\left(\frac{5}{3}; \frac{13}{3}; 1\right)$. B. $M\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}; 3\right)$. C. $M\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}; 3\right)$. D. $M(4;-3;8)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \overline{MA} = 3\overline{MB} \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{x_A - 3x_B}{1-3} = 4 \\ y_M = \frac{y_A - 3y_B}{1-3} = -3 \Rightarrow M(4;-3;8) \\ z_M = \frac{z_A - 3z_B}{1-3} = 8 \end{cases}$$

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(3;-2;5)$, $N(-1;6;-3)$. Mặt cầu đường kính MN có phương trình là:

- A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 6$. B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 6$.
C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 36$. D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 36$.

Lời giải

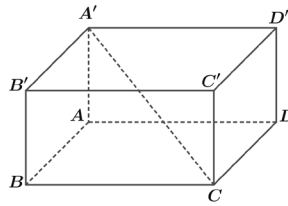
Chọn D

Tâm I của mặt cầu là trung điểm đoạn $MN \Rightarrow I(1;2;1)$.

$$\text{Bán kính mặt cầu } R = \frac{MN}{2} = \frac{\sqrt{(-1-3)^2 + (6+2)^2 + (-3-5)^2}}{2} = 6.$$

Vậy phương trình mặt cầu là $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 36$.

Câu 35. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, có $AB = AA' = a$, $AD = a\sqrt{2}$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. 30° .

B. 45° .

C. 90° .

D. 60° .

Lời giải

Chọn A

Vì $ABCD$ là hình chữ nhật, có $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$ nên

$$AC = BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{a^2 + (a\sqrt{2})^2} = a\sqrt{3}$$

Ta có $(A'C; (ABCD)) = (A'C; CA) = \widehat{A'CA}$

Do tam giác $A'AC$ vuông tại A nên $\tan \widehat{A'AC} = \frac{AA'}{AC} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{A'AC} = 30^\circ$.

CÂU VẬN DỤNG

Câu 36. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^4 + 4x^3 - mx$ có ba điểm cực trị?

A. 17.

B. 15.

C. 3.

D. 7.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = 4x^3 + 12x^2 - m$. Xét phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 + 12x^2 - m = 0$ (1).

Để hàm số có ba điểm cực trị thì phương trình (1) phải có 3 nghiệm phân biệt.

Ta có: (1) $\Leftrightarrow m = 4x^3 + 12x^2$.

Xét hàm số $g(x) = 4x^3 + 12x^2$ có $g'(x) = 12x^2 + 24x$. Cho

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 12x^2 + 24x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên của $g(x)$

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	\nearrow	16	\searrow	0	\nearrow	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt khi $0 < m < 16$.

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow 1 \leq m \leq 15$.

Vậy có 15 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 37. Cho hàm số $f(x) = (2m+1)x^3 + (m+4)x - 2$ với m là tham số thực. Nếu $\max_{[0;2]} f(x) = f(1)$ thì

$\min_{[-2;0]} f(x)$ bằng

A. $\frac{-3}{4}$.

B. 2 .

C. -4.

D. -2 .

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$f'(x) = 3(2m+1)x^2 + m + 4$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{-m-4}{6m+3} \left(m \neq -\frac{1}{2} \right)$$

Vì $\max_{[0;2]} f(x) = f(1)$ suy ra $x = 1$ là nghiệm của $f'(x) = 0$

$$\Rightarrow \frac{-m-4}{6m+3} = 1 \Rightarrow -m-4 = 6m+3 \Rightarrow m = -1 \Rightarrow f(x) = -x^3 + 3x - 2$$

$$f(0) = -2, f(2) = -4$$

Vậy $\min_{[0;2]} f(x) = -4$

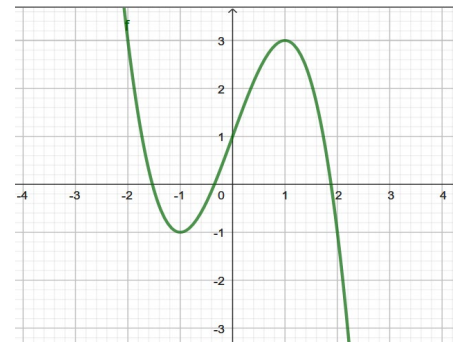
Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $f(f(x)+1) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 6.

B. 5.

C. 7.

D. 4 .



Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \in (-2; -1) \\ x = x_2 \in (-1; 0) \\ x = x_3 \in (1; 2) \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } f(f(x)+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)+1 = x_1 \in (-2; -1) \\ f(x)+1 = x_2 \in (-1; 0) \\ f(x)+1 = x_3 \in (1; 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = x_1 - 1 \in (-3; -2) \\ f(x) = x_2 - 1 \in (-2; -1) \\ f(x) = x_3 - 1 \in (0; 1) \end{cases}$$

+ Ta thấy hai phương trình $f(x) = x_1 - 1 \in (-3; -2)$; $f(x) = x_2 - 1 \in (-2; -1)$ đều có 1 nghiệm

Phương trình $f(x) = x_3 - 1 \in (0;1)$ có ba nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình $f(f(x)+1) = 0$ có 5 nghiệm.

Câu 39. Cho phương trình $4^x - (2m+1)2^x + 2(1-m) = 0$, m là tham số. Biết rằng tập các giá trị của m để phương trình có nghiệm thuộc $[0;1]$ là $[a;b]$. Tổng $a+b$ bằng

- A. $\frac{5}{2}$. B. $\frac{7}{6}$. C. $\frac{8}{3}$. D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Xét $4^x - (2m+1)2^x + 2(1-m) = 0, x \in [0;1]$ (1)

Đặt $t = 2^x$, với $x \in [0;1] \Rightarrow t \in [1;2]$

Khi đó, (1) trở thành $t^2 - (2m+1)t + 2(1-m) = 0$

$$\Leftrightarrow t^2 - 2mt - t + 2 - 2m = 0 \Leftrightarrow 2m(t+1) = t^2 - t + 2 \Leftrightarrow m = \frac{t^2 - t + 2}{2t + 2}, t \in [1;2]$$

Để phương trình đã cho có nghiệm $x \in [0;1]$ thì phương trình $m = \frac{t^2 - t + 2}{2t + 2}$ có nghiệm $t \in [1;2]$.

Xét $f(t) = \frac{t^2 - t + 2}{2t + 2}, t \in [1;2]$

$$f'(t) = \frac{(2t-1)(2t+2) - 2(t^2 - t + 2)}{(2t+2)^2} = \frac{2t^2 + 4t - 6}{(2t+2)^2}$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -3 \notin [1;2] \end{cases}$$

BBT:

t	1	2
$f'(t)$	+	
$f(t)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$

$$\text{Vậy } m \in \left[\frac{1}{2}; \frac{2}{3} \right] \Rightarrow a+b = \frac{7}{6}.$$

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng bốn số nguyên b thỏa mãn $(3^b - 9)(a \cdot 2^b - 20) < 0$?

- A. 79. B. 80. C. 81. D. 82.

Lời giải

Chọn B

$$\text{TH1: } \begin{cases} 3^b - 9 > 0 \\ a \cdot 2^b - 20 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^b > 9 \\ 2^b < \frac{20}{a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b > 2 \\ b < \log_2 \left(\frac{20}{a} \right) \end{cases} \Leftrightarrow 2 < b < \log_2 \left(\frac{20}{a} \right)$$

$$\text{Để có đúng bốn số nguyên } b \text{ thì } 6 < \log_2\left(\frac{20}{a}\right) \leq 7 \Leftrightarrow 64 < \frac{20}{a} \leq 128 \Leftrightarrow \frac{20}{128} \leq a < \frac{20}{64}.$$

Trường hợp này không có số nguyên a thỏa mãn.

$$\text{TH2: } \begin{cases} 3^b - 9 < 0 \\ a \cdot 2^b - 20 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^b < 9 \\ 2^b > \frac{20}{a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b < 2 \\ b > \log_2\left(\frac{20}{a}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \log_2\left(\frac{20}{a}\right) < b < 2$$

$$\text{Để có đúng bốn số nguyên } b \text{ thì } -3 \leq \log_2\left(\frac{20}{a}\right) < -2 \Leftrightarrow \frac{1}{8} \leq \frac{20}{a} < \frac{1}{4} \Leftrightarrow 80 < a \leq 160 \Rightarrow 81 \leq a \leq 160.$$

Trường hợp này có $160 - 81 + 1 = 80$ giá trị a nguyên thỏa mãn.

Vậy số giá trị nguyên của a là: 80.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi $F(x), G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên \mathbb{R} thỏa mãn $F(6) - 2G(6) = 8$ và $F(0) - 2G(0) = 2$. Khi đó $\int_0^2 f(3x) dx$ bằng

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{10}{3}$.

C. -2 .

D. 2 .

Lời giải

Chọn C

Ta có: $G(x) = F(x) + C$

$$\begin{cases} F(6) - 2G(6) = 8 \\ F(0) - 2G(0) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} F(6) - 2(F(6) + C) = 8 \\ F(0) - 2(F(0) + C) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -F(6) - 2C = 8 \\ -F(0) - 2C = 2 \end{cases} \Rightarrow F(6) - F(0) = -6.$$

$$\text{Đặt } I = \int_0^2 f(3x) dx$$

$$\text{Đặt } t = 3x \Rightarrow dt = 3dx \Rightarrow dx = \frac{1}{3} dt$$

$$\text{Đổi cận } x = 0 \Rightarrow t = 0; x = 2 \Rightarrow t = 6$$

$$I = \frac{1}{3} \int_0^6 f(t) dt = \frac{1}{3} [F(6) - F(0)] = \frac{-6}{3} = -2.$$

Câu 42. Cho hình nón tròn xoay có chiều cao $h = 20(\text{cm})$, bán kính đáy $r = 25(\text{cm})$. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là $12(\text{cm})$. Tính diện tích thiết diện đó.

A. $S = 406(\text{cm}^2)$.

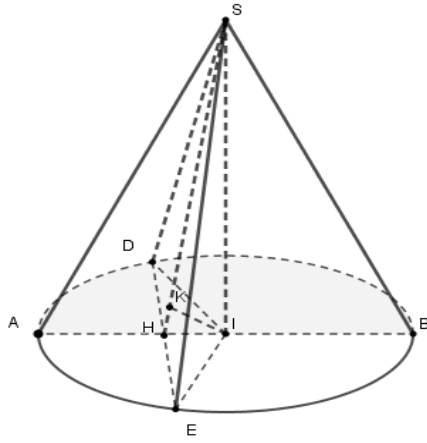
B. $S = 400(\text{cm}^2)$.

C. $S = 300(\text{cm}^2)$.

D. $S = 500(\text{cm}^2)$.

Lời giải

Chọn D



- ♦ Gọi H là trung điểm của DE ta có $\begin{cases} DE \perp IH \\ DE \perp SI \end{cases} \Rightarrow DE \perp (SHI)$.

Kẻ $IK \perp SH \Rightarrow IK \perp (SDE) \Rightarrow d(I; (SDE)) = IK = 12(\text{cm})$.

- ♦ Ta có: $\frac{1}{IK^2} = \frac{1}{IH^2} + \frac{1}{SI^2} \Rightarrow \frac{1}{IH^2} = \frac{1}{IK^2} - \frac{1}{SI^2} \Rightarrow IH = \frac{IK \cdot SI}{\sqrt{SI^2 - IK^2}}$.
- $$= \frac{12 \cdot 20}{\sqrt{20^2 - 12^2}} = 15.$$

- ♦ $SH = \sqrt{IH^2 + SI^2} = \sqrt{15^2 + 20^2} = 25$, $HE = \sqrt{r^2 - IH^2} = \sqrt{25^2 - 15^2} = 20$.

- ♦ Vậy diện tích thiết diện là $S_{\Delta SDE} = \frac{1}{2} SH \cdot DE = \frac{1}{2} 25 \cdot 40 = 500(\text{cm}^2)$.

Câu 43. Gọi (S) là mặt cầu đi qua 4 điểm $A(2;0;0), B(1;3;0), C(-1;0;3), D(1;2;3)$. Tính bán kính R của (S) .

- A. $R = 2\sqrt{2}$. B. $R = 3$. C. $R = 6$. D. $R = \sqrt{6}$.

Lời giải

Gọi $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu đi qua bốn điểm A, B, C, D . Khi đó:

$$\begin{cases} AI^2 = BI^2 \\ AI^2 = CI^2 \\ AI^2 = DI^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-2)^2 + b^2 + c^2 = (a-1)^2 + (b-3)^2 + c^2 \\ (a-2)^2 + b^2 + c^2 = (a+1)^2 + b^2 + (c-3)^2 \\ (a-2)^2 + b^2 + c^2 = (a-1)^2 + (b-2)^2 + (c-3)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a-3b = -3 \\ a-c = -1 \\ a-2b-3c = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow I(0;1;1)$$

Bán kính: $R = IA = \sqrt{2^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{6}$.

Câu 44. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có hai chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ S , xác suất để chọn được số có tích hai chữ số bằng 6 là

A. $\frac{4}{81}$.

B. $\frac{2}{27}$.

C. $\frac{5}{81}$.

D. $\frac{8}{81}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi \overline{ab} là số tự nhiên có hai chữ số khác nhau.

Chọn a có 9 cách.

Chọn b có 9 cách.

Do đó có $9 \cdot 9 = 81$ số có hai chữ số khác nhau.

Gọi A là biến cố: “Chọn được số có tích hai chữ số bằng 6”.

Khi đó $A = \{16, 61, 23, 32\}$

Vậy $P(A) = \frac{4}{81}$.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O cạnh bằng a , cạnh bên $SA = 2a$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của đoạn AO . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và AB .

A. $\frac{a\sqrt{11}}{22}$.

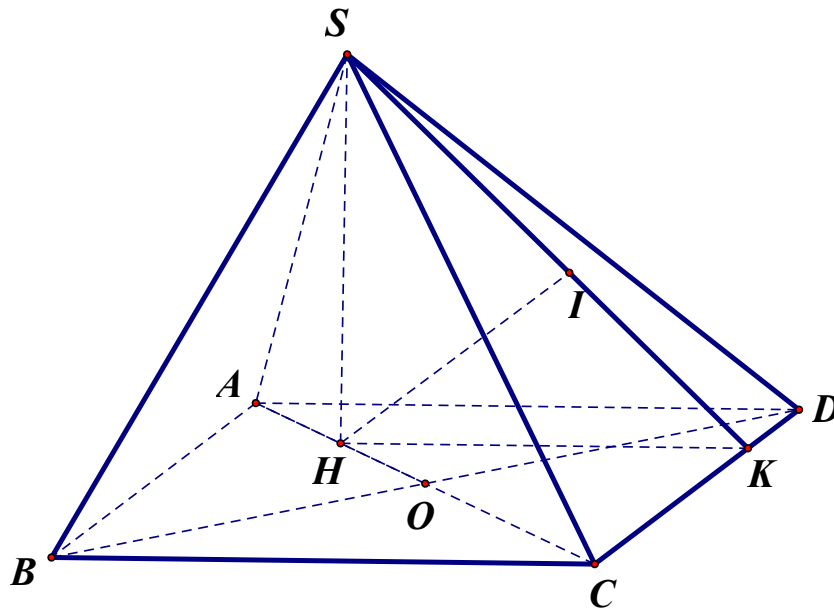
B. $\frac{2a\sqrt{31}}{\sqrt{142}}$.

C. $2a$.

D. $4a$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $AB \parallel CD \Rightarrow d(AB, SD) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD))$.

Mặt khác $AC = \frac{4}{3}HC \Rightarrow d(A, (SCD)) = \frac{4}{3}d(H, (SCD))$.

Kẻ $HK \parallel AD (K \in CD) \Rightarrow HK \perp CD$.

Kẻ $HI \perp SK (I \in SK) \Rightarrow HI \perp (SCD) \Rightarrow d(H, (SCD)) = HI$.

Ta có $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.

$$\text{Và } SH^2 = SA^2 - AH^2 = \frac{31}{8}a^2, \quad HK = \frac{3}{4}AD = \frac{3}{4}a$$

Áp dụng hệ thức lượng vào tam giác vuông SHK

$$\text{Ta có } \frac{1}{HI^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HK^2} = \frac{568}{279a^2} \Rightarrow HI = a\sqrt{\frac{279}{568}}$$

$$\text{Do đó } d(A, (SCD)) = \frac{4}{3}HI = \frac{2a\sqrt{31}}{\sqrt{142}}$$

VẬN DỤNG CAO

Câu 46. Xét tất cả các số thực x, y sao cho $a^{4x - \log_{\sqrt{6}} a} \leq 36^{40 - y^2}$ với mọi số thực dương a . Khi biểu thức $P = x^2 + y^2 + 3x - y$ đạt giá trị lớn nhất thì $2x + y$ bằng

A. 2 .

B. 10 .

C. -10 .

D. -2 .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } a^{4x - \log_{\sqrt{6}} a} \leq 36^{40 - y^2} \Leftrightarrow a^{4x - 2\log_6 a} \leq 36^{40 - y^2} \Leftrightarrow (4x - 2\log_6 a)\log_3 a \leq 2(40 - y^2)$$

$$\Leftrightarrow \log_6^2 a - 2x\log_6 a + 40 - y^2 \geq 0 \quad \forall a \quad (*)$$

Coi (*) là bất phương trình bậc hai ẩn $\log_6 a$

Để (*) đúng với mọi số thực dương a thì

$$\begin{cases} \Delta' \leq 0 \\ \text{hesoa} = 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 - (40 - y^2) \leq 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 40 \leq 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 \leq 40$$

$$\text{Ta có } (3x - y)^2 \leq [3^2 + (-1)^2](x^2 + y^2) = 10 \cdot 40 \Leftrightarrow (3x - y)^2 \leq 20^2 \Leftrightarrow -20 \leq 3x - y \leq 20$$

$$\text{Suy ra } P = x^2 + y^2 + 3x - y \leq 40 + 20 = 60$$

$$\text{Vậy } P_{\max} = 170 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{3} = \frac{y}{-1} \\ 3x - y = 20 \\ x^2 + y^2 = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow x + 2y = 6 - 4 = 2$$

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 23 = 0$ và hai điểm $A(7; 9; 0), B(0; 8; 0)$. Điểm $M(a; b; c)$ di động trên (S) . Khi biểu thức $MA + 2MB$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $a + 2b + c$ bằng

A. 13 .

B. -11 .

C. -5 .

D. 8 .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Vì } M(a; b; c) \in (S) \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 - 2a - 2b - 23 = 0$$

Ta có

$$\begin{aligned}
MA+2MB &= \sqrt{(a-7)^2+(b-9)^2+c^2}+2\sqrt{a^2+(b-8)^2+c^2} \\
&= \sqrt{(a-7)^2+(b-9)^2+c^2+3\cdot 0}+2\sqrt{a^2+(b-8)^2+c^2} \\
&= \sqrt{(a-7)^2+(b-9)^2+c^2+3(a^2+b^2+c^2-2a-2b-23)}+2\sqrt{a^2+(b-8)^2+c^2} \\
&= \sqrt{4a^2+4b^2+4c^2-40a-24b+61}+2\sqrt{a^2+(b-8)^2+c^2} \\
&= 2\sqrt{a^2+b^2+c^2-5a-6b+\frac{61}{4}}+2\sqrt{a^2+(b-8)^2+c^2} \\
&= 2\left[\sqrt{\left(\frac{5}{2}-a\right)^2+(3-b)^2+(-c)^2}+\sqrt{a^2+(b-8)^2+c^2}\right] \geq 2\left[\sqrt{\left(\frac{5}{2}-a+a\right)^2+(3-b+b-8)^2+(-c+c)^2}\right] \geq 5\sqrt{5}
\end{aligned}$$

Vậy giá trị lớn nhất của $MA+2MB$ bằng

$$3\sqrt{5} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\frac{5}{2}-a}{a} = \frac{3-b}{b-8} \\ c=0 \\ a^2+b^2+c^2-2a-2b-23=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=6 \Rightarrow a+2b+c=1+12+0=13 \\ c=0 \end{cases}$$

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng $(1;+\infty)$ và thỏa mãn

$[x.f'(x)-f(x)]\ln x = 2x^3 - f(x)$ và $f(e) = e^3 + e$. Giá trị $f(2)$ thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(10;12)$. B. $\left(12;\frac{27}{2}\right)$. C. $\left(\frac{25}{2};15\right)$. D. $\left(\frac{9}{2};9\right)$.

Lời giải

Chọn A

Vì $x \in (1;+\infty)$ ta có:

$$[x.f'(x)-f(x)]\ln x = 2x^3 - f(x) \Rightarrow 2x - \frac{f(x)}{x^2} = \frac{x.f'(x)-f(x)}{x^2} \cdot \ln x = 2x - \frac{f(x)}{x^2}$$

$$\frac{f'(x) \cdot x - x' \cdot f(x)}{x^2} \cdot \ln x = 2x - \frac{f(x)}{x^2} \Leftrightarrow \left(\frac{f(x)}{x}\right)' \cdot \ln x = 2x - \frac{f(x)}{x^2}$$

$$\int \left[\left(\frac{f(x)}{x}\right)' \cdot \ln x\right] dx = \int \left[2x - \frac{f(x)}{x^2}\right] dx$$

$$\text{Đặt } u = \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x} dx, dv = \left(\frac{f(x)}{x}\right)' \Rightarrow v = \int \left(\frac{f(x)}{x}\right)' dx \Rightarrow v = \frac{f(x)}{x}. \text{ Suy ra}$$

$$\frac{f(x)}{x} \cdot \ln x - \int \frac{f(x)}{x^2} dx = x^2 - \int \frac{f(x)}{x^2} dx \Rightarrow \frac{f(x)}{x} \cdot \ln x = x^2 + C \Rightarrow f(x) = \frac{x^3 + Cx}{\ln x}.$$

Vì

$$f(e) = e^3 + e \Rightarrow \frac{e^3 + Ce}{\ln e} = e^3 + e \Rightarrow Ce = e \Rightarrow C = 1 \Rightarrow f(x) = \frac{x^3 + x}{\ln x} \Rightarrow f(2) = \frac{10}{\ln 2}$$

$$\Rightarrow f(2) \in \left(\frac{25}{2}; 15 \right)$$

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt bên SAB là tam giác đều cạnh $2\sqrt{2}a$, tam giác ABC vuông tại A có $AC = a$, góc giữa đường thẳng AD và mặt phẳng (SAB) bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $3a^3$. B. $6a^3$. C. $\sqrt{3}a^3$. D. $2\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Vì } AD \parallel BC \Rightarrow (AD, (SAB)) = (BC, (SAB))$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của C lên

$$(SAB) \Rightarrow (BC, (SAB)) = \widehat{CBH} = 30^\circ$$

Xét tam giác ABC vuông tại A có

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{8a^2 + a^2} = 3a$$

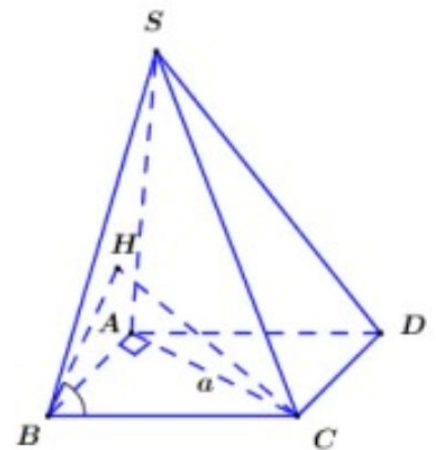
Xét tam giác BCH vuông tại H có

$$CH = BC \cdot \sin 60^\circ \Rightarrow CH = 3a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}a}{2}$$

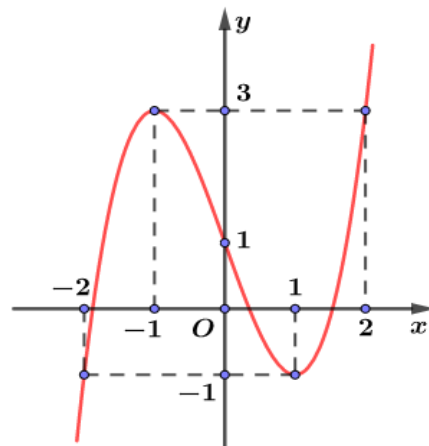
Ta có

$$S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2} SA \cdot SB \cdot \sin 60^\circ = 2\sqrt{3}a^2 \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot CH \cdot S_{\Delta SAB} = 3a^3$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = 2V_{S.ABC} = 6a^3$$



Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.



Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10; 10]$ để hàm số

$$g(x) = f(x - m) - \frac{1}{2}(x - m + 1)^2 + 2024$$
 nghịch biến trên $(1; 2)$.

- A. 8. B. 9. C. 10. D. 11.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } g'(x) = f'(x - m) - (x - m + 1).$$

Vậy $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x-m) - (x-m+1) = 0 \Leftrightarrow f'(x-m) = x-m+1$ (1).

Đặt $t = x - m$, khi đó phương trình (1) trở

thành $f'(t) = t+1 \Leftrightarrow \begin{cases} t=2 \\ t=0 \\ t=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-m=2 \\ x-m=0 \\ x-m=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=m+2 \\ x=m \\ x=m-2 \end{cases}$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ như sau:

x	$-\infty$	$m-2$	m	$m+2$	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+	0	-
$g(x)$					

Vậy hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$ khi $\begin{cases} m \leq 1 \\ m+2 \geq 2 \\ m-2 \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq m \leq 1 \\ m \geq 4 \end{cases}$.

Vì $m \in [-10;10] \Rightarrow \begin{cases} 0 \leq m \leq 1 \\ 4 \leq m \leq 10 \end{cases}$. Suy ra có 12 giá trị nguyên của m thỏa mãn