



**Câu 6.** Mệnh đề nào sau đây là sai?

A.  $\int \sin x \, dx = \cos x + C$ .

B.  $\int e^x \, dx = e^x + C$ .

C.  $\int \cos x \, dx = \sin x + C$ .

D.  $\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad (0 < a \neq 1)$ .

**Câu 7.** Nghiệm của phương trình  $2^{x-1} = 8$  là

A.  $x = 4$ .

B.  $x = -3$ .

C.  $x = -4$ .

D.  $x = 3$ .

**Câu 8.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau:

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$2$	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

**Câu 9.** Tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$  là

A.  $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$ .

B.  $D = (-1; 3)$ .

C.  $D = [-1; 3]$ .

D.  $D = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$ .

**Câu 10.** Gọi  $S$  là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = 5^x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 2$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $S = \pi \int_1^2 5^{2x} \, dx$ .

B.  $S = \int_1^2 5^{2x} \, dx$ .

C.  $S = \int_1^2 5^x \, dx$ .

D.  $S = \pi \int_1^2 5^x \, dx$ .

**Câu 11.** Số cạnh của khối bát diện đều là

A. 30.

B. 24.

C. 8.

D. 12.

**Câu 12.** Số phức có phần thực bằng 1 và phần ảo bằng  $-3$  là

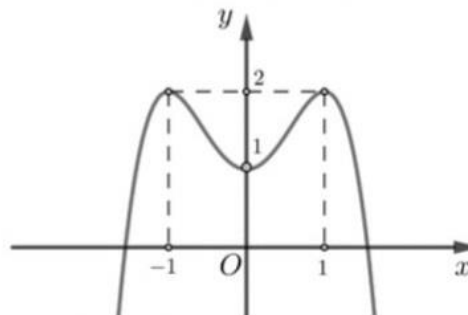
A.  $-1 + 3i$ .

B.  $-1 - 3i$ .

C.  $1 + 3i$ .

D.  $1 - 3i$ .

**Câu 13.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A.  $(-\infty; 0)$ .

B.  $(-1; 0)$ .

C.  $(1; +\infty)$ .

D.  $(0; 1)$ .

**Câu 14.** Mặt cầu có bán kính  $r = 4$  thì diện tích mặt cầu là

A.  $\frac{16\pi}{3}$ .

B.  $64\pi$ .

C.  $16\pi$ .

D.  $\frac{64\pi}{3}$ .

**Câu 15.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f'(x) = 3x^2 + x - 1$  và  $f(0) = 1$ . Hàm số  $f(x)$  là

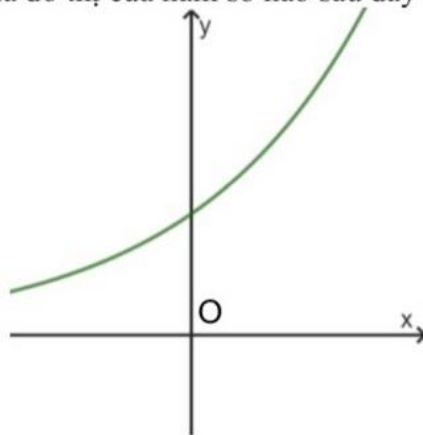
A.  $f(x) = 6x + 1$ .

B.  $f(x) = x^3 + \frac{x^2}{2} - x + 1$ .

C.  $f(x) = x^3 - \frac{x^2}{2} + x + 1$ .

D.  $f(x) = x^3 + \frac{x^2}{2} - x$ .

**Câu 16.** Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào sau đây



- A.  $y = x^2$ .                      B.  $y = 2^x$ .                      C.  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ .                      D.  $y = \log_2 x$ .

**Câu 17.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-4} \geq 1$  là

- A.  $(-\infty; 4]$ .                      B.  $[4; +\infty)$ .                      C.  $(4; +\infty)$ .                      D.  $(-\infty; 4)$ .

**Câu 18.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(0; 1; -1), B(2; 3; 2)$ . Vector  $\overline{AB}$  có tọa độ là

- A.  $(2; 2; 3)$ .                      B.  $(1; 2; 3)$ .                      C.  $(3; 5; 1)$ .                      D.  $(3; 4; 1)$ .

**Câu 19.** Cho khối trụ có bán kính đáy  $r = 3$  và độ dài đường sinh  $l = 5$ . Diện tích xung quanh của khối trụ đã cho bằng

- A.  $30\pi$ .                      B.  $45\pi$ .                      C.  $12\pi$ .                      D.  $15\pi$ .

**Câu 20.** Nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình  $z^2 - 4z + 13 = 0$  là

- A.  $3 - 2i$ .                      B.  $2 + 3i$ .                      C.  $3 + 2i$ .                      D.  $2 - 3i$ .

**Câu 21.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_2 = 3; u_6 = 11$ , công sai  $d$  của cấp số cộng bằng

- A. 4.                      B. 3.                      C. 2.                      D. 8.

**Câu 22.** Cho  $f(x)$  là hàm số liên tục trên đoạn  $[0; 2]$ . Nếu hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số

$f(x)$  và  $F(0) = 5, F(2) = -3$  thì  $\int_0^2 f(x) dx$  bằng

- A. -2.                      B. -8.                      C. 8.                      D. 2.

**Câu 23.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{5x+1}{x-1}$  có phương trình là

- A.  $y = \frac{1}{5}$ .                      B.  $y = 5$ .                      C.  $y = -1$ .                      D.  $y = 1$ .

**Câu 24.** Cho hai số phức  $z_1 = 1 - i$  và  $z_2 = 2 + i$ , tổng  $z_1 + 2z_2$  bằng

- A.  $4 - i$ .                      B.  $5 - i$ .                      C.  $5 + i$ .                      D.  $4 + i$ .

**Câu 25.** Cho tập hợp  $A$  có 5 phần tử. Số tập con gồm hai phần tử của  $A$  bằng

- A. 5.                      B. 20.                      C. 10.                      D. 30.

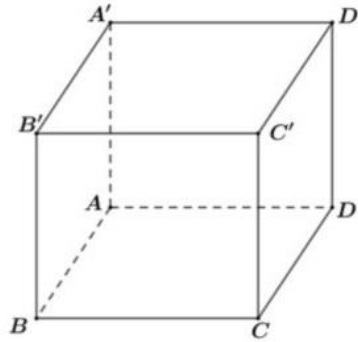
**Câu 26.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (1-x)^2(x+1)^3(3-x), \forall x \in \mathbb{R}$ . Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; -1)$ .                      B.  $(1; 3)$ .                      C.  $(-\infty; 1)$ .                      D.  $(3; +\infty)$ .

**Câu 27.** Hai số thực  $x$  và  $y$  thỏa mãn  $(2x - 3yi) + (1 - 3i) = 3 + 6i$  (với  $i$  là đơn vị ảo) là

- A.  $x = -1; y = -1$ .                      B.  $x = -1; y = -3$ .                      C.  $x = 1; y = -1$ .                      D.  $x = 1; y = -3$ .

**Câu 28.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AA' = 2$  (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $DD'$  bằng



- A.  $\sqrt{2}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .                      C. 2.                      D. 1.

**Câu 29.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 2; -3)$ . Hình chiếu vuông góc của  $A$  lên mặt phẳng  $(Oxy)$  có tọa độ là

- A.  $(0; 2; -3)$ .                      B.  $(0; 0; -3)$ .                      C.  $(1; 0; -3)$ .                      D.  $(1; 2; 0)$ .

**Câu 30.** Cho hai đường thẳng song song  $d_1, d_2$ , trên  $d_1$  lấy 6 điểm phân biệt được tô màu đỏ, trên  $d_2$  lấy 4 điểm phân biệt được tô màu xanh. Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các tam giác có 3 đỉnh là 3 điểm trong số 10 điểm nói trên. Chọn ngẫu nhiên một tam giác thuộc tập  $S$ , khi đó xác suất để chọn được tam giác có hai đỉnh màu xanh bằng

- A.  $\frac{5}{8}$ .                      B.  $\frac{3}{10}$ .                      C.  $\frac{1}{30}$ .                      D.  $\frac{3}{8}$ .

**Câu 31.** Biết giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \frac{2x+m}{x+1}$  trên đoạn  $[0; 4]$  bằng 3. Giá trị của tham số thực  $m$  là

- A.  $m = 5$ .                      B.  $m = 7$ .                      C.  $m = 1$ .                      D.  $m = 3$ .

**Câu 32.** Cho  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 3$ . Tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} [2f(x) + \sin x] dx$  bằng

- A.  $6 + \pi$ .                      B.  $6 + \frac{\pi}{2}$ .                      C. 7.                      D. 5.

**Câu 33.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy tam giác đều cạnh  $a$ . Cạnh bên  $SA = a\sqrt{3}$  và vuông góc với mặt đáy  $(ABC)$ . Gọi  $\varphi$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$ . Khi đó  $\cos\varphi$  bằng

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{5}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$ .                      C.  $\frac{2\sqrt{3}}{5}$ .                      D.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ .

**Câu 34.** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$  đi qua điểm nào dưới đây?

- A.  $Q(2; -1; 2)$ .                      B.  $N(-2; 1; -2)$ .                      C.  $M(-1; -2; -3)$ .                      D.  $P(3; 1; 5)$ .

**Câu 35.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$ . Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

- A.  $R = 3\sqrt{3}$ .                      B.  $R = \sqrt{3}$ .                      C.  $R = 3$ .                      D.  $R = 9$ .

**Câu 36.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình của mặt phẳng đi qua điểm  $A(3; 0; -1)$  và có véctơ pháp tuyến  $\vec{n} = (4; -2; -3)$  là

- A.  $4x - 2y - 3z + 15 = 0$ .                      B.  $4x - 2y + 3z - 9 = 0$ .                      C.  $4x - 2y - 3z - 15 = 0$ .                      D.  $3x - z - 15 = 0$ .

**Câu 37.** Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình  $\log_3(x^2 - 2x + 4) = 2$ . Khi đó  $x_1 \cdot x_2$  bằng

- A. 2.                      B. -4.                      C. 4.                      D. -5.



**Câu 45.** Cắt hình nón ( $N$ ) bằng một mặt phẳng qua đỉnh  $S$  và tạo với trục của hình nón ( $N$ ) một góc bằng  $30^\circ$  ta được thiết diện là tam giác  $SAB$  vuông và có diện tích bằng  $4a^2$ . Chiều cao của hình nón bằng

- A.  $a\sqrt{2}$ .                      B.  $2a\sqrt{3}$ .                      C.  $2a\sqrt{2}$ .                      D.  $a\sqrt{3}$ .

**Câu 46.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[0;1]$  thỏa mãn  $\int_0^1 [f(x^3)]^2 dx = 4 \int_0^1 f(x) dx - \frac{36}{5}$ . Giá trị  $f\left(\frac{1}{8}\right)$  bằng

- A.  $\frac{3}{2}$ .                      B. 2.                      C.  $\frac{2}{3}$ .                      D.  $\frac{3}{4}$ .

**Câu 47.** Số giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để hàm số  $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$  có 5 điểm cực trị là

- A. 27.                      B. 26.                      C. 16.                      D. 44.

**Câu 48.** Cho phương trình  $2^m \cdot 2^{\sin^2 x} + m - \cos^2 x = 8 \cdot 4^{\cos x} + 2(\cos x + 1)$ . Số giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình đã cho có nghiệm thực là

- A. 9.                      B. 7.                      C. 3.                      D. 5.

**Câu 49.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $\frac{z}{z-2-4i}$  là số thuần ảo, biết biểu thức  $P = |z+4-6i|^2 - |z-2-3i|^2$  đạt giá trị lớn nhất khi  $z = a+bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ). Giá trị  $a+2b$  bằng

- A. 2.                      B. 4.                      C. 7.                      D. 5.

**Câu 50.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(2;-1;4), B(-1;2;1), C(3;-1;6)$  và mặt phẳng  $(P): x+y+z-8=0$ . Điểm  $M$  thay đổi trên  $(P)$  thỏa mãn đường thẳng  $AM$  và  $BM$  cùng tạo với  $(P)$  các góc bằng nhau. Giá trị nhỏ nhất của độ dài  $CM$  bằng

- A.  $\sqrt{6}$ .                      B.  $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .                      D.  $\frac{5\sqrt{6}}{3}$ .

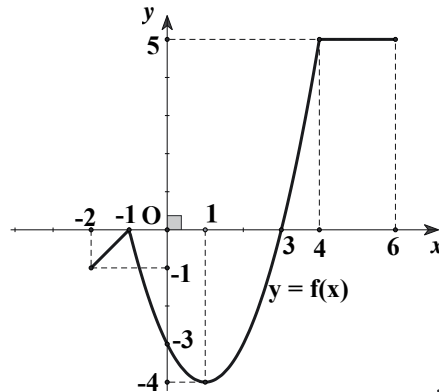
----- HẾT -----



**Chọn B**

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số  $y = f(x)$  ta có phương trình  $f(x) = 3$  có 2 nghiệm.

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-2; 6]$  và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn  $[-2; 6]$ . Giá trị của  $M - m$  bằng

A. 4..

**B. 9..**

C. 6..

D. 1..

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  ta có:

$$M = \max_{[-2;6]} f(x) = 5$$

$$m = \min_{[-2;6]} f(x) = -4$$

Vậy  $M - m = 9..$

**Câu 6:** Mệnh đề nào sau đây là sai?

**A.**  $\int \sin x \, dx = \cos x + C$  . **B.**  $\int e^x \, dx = e^x + C$  .

**C.**  $\int \cos x \, dx = \sin x + C$  . **D.**  $\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$  ( $0 < a \neq 1$ ).

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 7:** Nghiệm của phương trình  $2^{x-1} = 8$  là

**A.**  $x = 4$  .

**B.**  $x = -3$  .

**C.**  $x = -4$  .

**D.**  $x = 3$  .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $2^{x-1} = 8 \Leftrightarrow x - 1 = 3 \Leftrightarrow x = 4$  .

**Câu 8:** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau:

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$2$	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1.

**B. 2.**

C. 3.

D. 0.

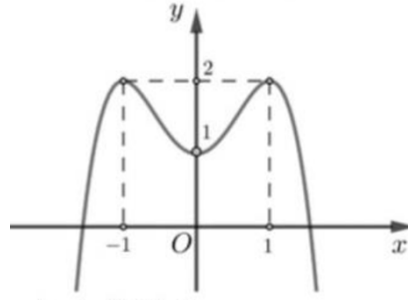




**Chọn D**

Số phức có phần thực bằng 1 và phần ảo bằng  $-3$  là  $1-3i$ .

**Câu 13:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Hàm số đã cho đồng biến trong khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; 0)$ .                      B.  $(-1; 0)$ .                      C.  $(1; +\infty)$ .                      **D.  $(0; 1)$ .**

**Lời giải****Chọn D**

Quan sát đồ thị hàm số  $y = f(x)$  cho bởi hình vẽ trên ta thấy hàm số đồng biến trong các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(0; 1)$ .

**Câu 14:** Mặt cầu có bán kính  $r = 4$  thì diện tích mặt cầu là

- A.  $\frac{16\pi}{3}$ .                      **B.  $64\pi$ .**                      C.  $16\pi$ .                      D.  $\frac{64\pi}{3}$ .

**Lời giải****Chọn B**

Áp dụng công thức tính diện tích mặt cầu ta có

$$S = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 16 = 64\pi.$$

**Câu 15:** Cho hàm số  $y = f(x)$  thỏa mãn  $f'(x) = 3x^2 + x - 1$  và  $f(0) = 1$ . Hàm  $y = f(x)$  là

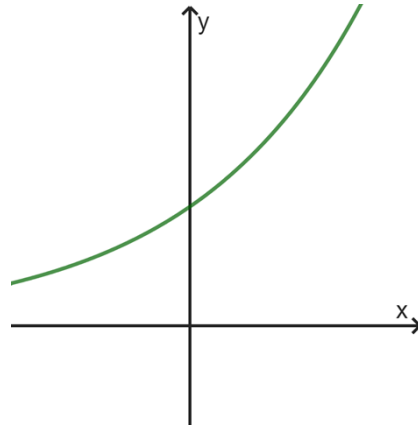
- A.  $f(x) = 6x + 1$ .                      **B.  $f(x) = x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x + 1$ .**
- C.  $f(x) = x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x + 1$ .                      D.  $f(x) = x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x$ .

**Lời giải****Chọn B**

Ta có  $f'(x) = 3x^2 + x - 1 \Rightarrow f(x) = \int (3x^2 + x - 1) dx = x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x + C$ .

Mà  $f(0) = 1 \Rightarrow C = 1$ . Vậy  $f(x) = x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x + 1$ .

**Câu 16:** Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào sau đây



A.  $y = x^2$ .

**B.**  $y = 2^x$ .

C.  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ .

D.  $y = \log_2 x$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Đồ thị hàm số đã cho là đồ thị hàm số mũ có cơ số lớn hơn 1.

**Câu 17:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-4} \geq 1$  là:

A.  $(-\infty; 4]$ .

B.  $[4; +\infty)$ .

C.  $(4; +\infty)$ .

D.  $(-\infty; 4)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x-4} \geq 1 \Leftrightarrow x-4 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 4.$$

**Câu 18:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(0;1;-1)$ ,  $B(2;3;2)$ . Vector  $\overline{AB}$  có tọa độ là

A.  $(2;2;3)$ .

B.  $(1;2;3)$ .

C.  $(3;5;1)$ .

D.  $(3;4;1)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 19:** Cho khối trụ có bán kính đáy  $r = 3$  và độ dài đường sinh  $l = 5$ . Diện tích xung quanh của khối trụ đã cho bằng

A.  $30\pi$ .

B.  $45\pi$ .

C.  $12\pi$ .

D.  $15\pi$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có diện tích xung quanh của khối trụ bằng:  $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \cdot 3 \cdot 5 = 30\pi$ .

**Câu 20:** Nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình  $z^2 - 4z + 13 = 0$  là

A.  $3 - 2i$ .

**B.**  $2 + 3i$ .

C.  $3 + 2i$ .

D.  $2 - 3i$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 21:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_2 = 3; u_6 = 11$ , công sai d của cấp số cộng bằng

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 8.

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_6 = u_1 + 5d \\ u_2 = u_1 + d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11 = u_1 + 5d \\ 3 = u_1 + d \end{cases} \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 2 \end{cases}.$$

**Câu 22:** Cho  $f(x)$  là hàm số liên tục trên đoạn  $[0; 2]$ . Nếu hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  và  $F(0) = 5, F(2) = -3$  thì  $\int_0^2 f(x) dx$  bằng

- A.  $-2$ .                      B.  $-8$ .                      C.  $8$ .                      D.  $2$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\int_0^2 f(x) dx = F(x) \Big|_0^2 = F(2) - F(0) = 8.$$

**Câu 23:** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{5x+1}{x-1}$  có phương trình là

- A.  $y = \frac{1}{5}$ .                      B.  $y = 5$ .                      C.  $y = -1$ .                      D.  $y = 1$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 5$  suy ra  $y = 5$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

**Câu 24:** Cho hai số phức  $z_1 = 1 - i$  và  $z_2 = 2 + i$ , tổng  $z_1 + 2z_2$  bằng

- A.  $4 - i$ .                      B.  $5 - i$ .                      C.  $5 + i$ .                      D.  $4 + i$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$z_1 + 2z_2 = (1 - i) + 2(2 + i) = 5 + i.$$

**Câu 25:** Cho tập hợp  $A$  có 5 phần tử. Số tập con gồm hai phần tử của  $A$  bằng

- A.  $5$ .                      B.  $20$ .                      C.  $10$ .                      D.  $30$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Số tập con gồm hai phần tử của  $A$ :  $C_5^2 = 10$ .

**Câu 26:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (1-x)^2(x+1)^3(3-x), \forall x \in \mathbb{R}$ . Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; -1)$ .                      B.  $(1; 3)$ .                      C.  $(-\infty; 1)$ .                      D.  $(3; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $f'(x) = (1-x)^2(x+1)^3(3-x) \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 3 \Rightarrow$  hàm số đồng biến trên khoảng  $(1;3)$ .

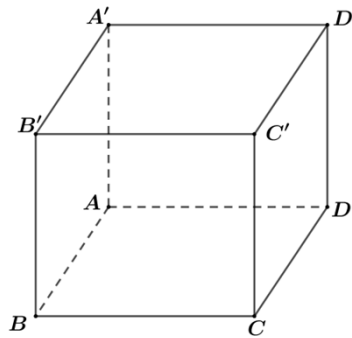
- Câu 27:** Hai số thực  $x$  và  $y$  thỏa mãn  $(2x-3yi)+(1-3i)=3+6i$  (với  $i$  là đơn vị ảo) là  
**A.**  $x=-1; y=-1$ .      **B.**  $x=-1; y=-3$ .      **C.**  $x=1; y=-1$ .      **D.**  $x=1; y=-3$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$(2x-3yi)+(1-3i)=3+6i \Leftrightarrow (2x+1)-3(y+1)i=3+6i \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1=3 \\ -3(y+1)=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases}$$

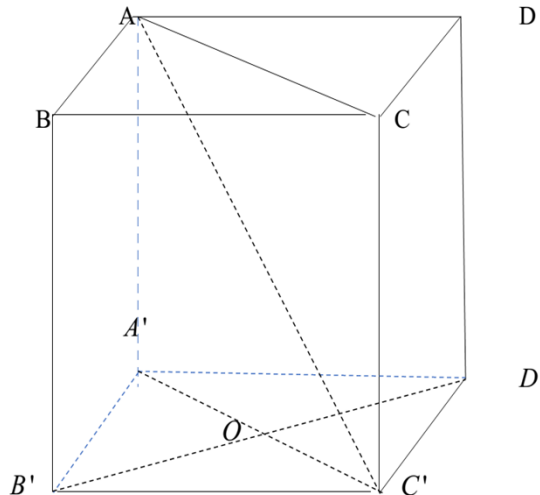
- Câu 28:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AA'=2$  (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $DD'$  bằng



- A.**  $\sqrt{2}$ .      **B.**  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .      **C.** 2.      **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn A**



Ta có  $DD' // (ACC'A') \Rightarrow d(AC, DD') = d(D', (ACC'A')) = D'O = \frac{a\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$ .

- Câu 29:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1;2;-3)$ . Hình chiếu vuông góc của  $A$  lên mặt phẳng  $(Oxy)$  có tọa độ là  
**A.**  $(0;2;-3)$ .      **B.**  $(0;0;-3)$ .      **C.**  $(1;0;-3)$ .      **D.**  $(1;2;0)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

**Câu 30:** Cho hai đường thẳng song song  $d_1, d_2$ , trên  $d_1$  lấy 6 điểm phân biệt được tô màu đỏ, trên  $d_2$  lấy 4 điểm phân biệt được tô màu xanh. Gọi S là tập hợp tất cả các tam giác có 3 đỉnh là 3 điểm trong số 10 điểm nói trên. Chọn ngẫu nhiên một tam giác thuộc tập S, khi đó xác suất để chọn được tam giác có hai đỉnh màu xanh bằng

- A.  $\frac{5}{8}$ .                      B.  $\frac{3}{10}$ .                      C.  $\frac{1}{30}$ .                      **D.  $\frac{3}{8}$ .**

**Lời giải****Chọn D**

Số tam giác được tạo thành từ 9 điểm là  $C_{10}^3 - C_6^3 - C_4^3 = 96 \Rightarrow n(\Omega) = 96$ .

Số cách chọn tam giác có 2 đỉnh màu xanh là  $n(A) = C_4^2 \cdot 6 = 36$

Vậy xác suất là  $P(A) = \frac{36}{96} = \frac{3}{8}$ .

**Câu 31:** Biết giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \frac{2x+m}{x+1}$  trên đoạn  $[0;4]$  bằng 3. Giá trị của tham số  $m$  là

- A.  $m = 5$ .                      B.  $m = 7$ .                      C.  $m = 1$ .                      **D.  $m = 3$ .**

**Lời giải****Chọn D**

Ta có  $f(0) = m, f(4) = \frac{m+8}{5}$ .

$$*) \text{ TH1: } \begin{cases} f(0) < f(4) \\ f(4) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{m+8}{5} \\ \frac{m+8}{5} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m = 7 \end{cases} \text{ (vô lý).}$$

$$*) \text{ TH2: } \begin{cases} f(0) > f(4) \\ f(0) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{m+8}{5} \\ m = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m = 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = 3.$$

Vậy  $m = 3$ .

**Câu 32:** Cho  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 3$ . Tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} [2f(x) + \sin x] dx$  bằng

- A.  $6 + \pi$ .                      B.  $6 + \frac{\pi}{2}$ .                      **C. 7.**                      D. 5.

**Lời giải****Chọn C**

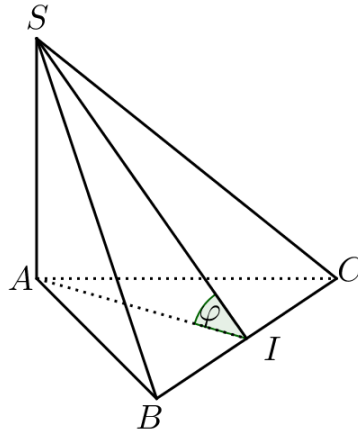
Ta có  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} [2f(x) + \sin x] dx = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = 6 - \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 7$ .

**Câu 33:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy tam giác đều cạnh  $a$ . Cạnh bên  $SA = a\sqrt{3}$  và vuông góc với mặt đáy  $(ABC)$ . Gọi  $\varphi$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$ . Khi đó  $\cos \varphi$  bằng

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{5}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$ .                      C.  $\frac{2\sqrt{3}}{5}$ .                      D.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Gọi  $I$  là trung điểm của  $BC$ .

Ta có  $BC \perp AI, BC \perp SA \Rightarrow BC \perp SI$  nên  $\varphi = \widehat{((SBC), (ABC))} = \widehat{SIA}$ .

$$\text{Do } AI = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SI = \frac{a\sqrt{15}}{2} \Rightarrow \cos \varphi = \frac{AI}{SI} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

**Câu 34:** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$  đi qua điểm nào dưới đây?

- A.  $Q(2; -1; 2)$ .                      B.  $N(-2; 1; -2)$ .                      C.  $M(-1; -2; -3)$ .                      D.  $P(3; 1; 5)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

**Câu 35:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$ . Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

- A.  $R = 3\sqrt{3}$ .                      B.  $R = \sqrt{3}$ .                      C.  $R = 3$ .                      D.  $R = 9$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có tâm mặt cầu  $I(1; -2; -1) \Rightarrow R = \sqrt{1+4+1+3} = 3$ .

**Câu 36:** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình của mặt phẳng đi qua điểm  $A(3; 0; -1)$  và có vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (4; -2; -3)$  là

- A.  $4x - 2y - 3z + 15 = 0$ .                      B.  $4x - 2y + 3z - 9 = 0$ .  
C.  $4x - 2y - 3z - 15 = 0$ .                      D.  $3x - z - 15 = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Phương trình mặt phẳng là:  $4(x-3) - 2(y-0) - 3(z+1) = 0 \Leftrightarrow 4x - 2y - 3z - 15 = 0..$

**Câu 37:** Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình  $\log_3(x^2 - 2x + 4) = 2$ . Khi đó  $x_1 \cdot x_2$  bằng

- A. 2.                                      B. -4..                                      C. 4.                                      **D.** -5.

**Lời giải**

**Chọn D**

$\log_3(x^2 - 2x + 4) = 2 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 4 = 9 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 5 = 0, ac = -5 < 0 \Rightarrow$  pt luôn có hai nghiệm trái dấu,  $x_1 \cdot x_2 = -5..$

**Câu 38:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường (C):  $y = x^2 - 2x$ ; (C'):  $y = -x^2 + 4x$  là

- A. 12..                                      B. 3.                                      C. 6.                                      **D.** 9.

**Lời giải**

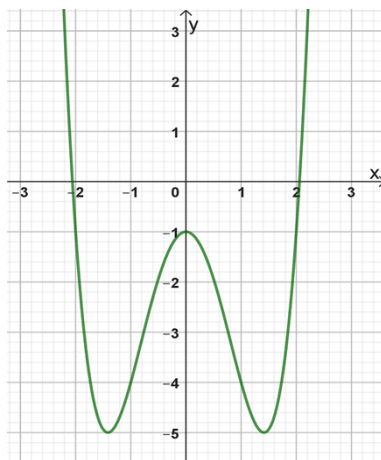
**Chọn D**

Hoành độ giao điểm là nghiệm pt:  $x^2 - 2x = -x^2 + 4x \Leftrightarrow 2x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 3$

$$\Rightarrow S = \int_0^3 \left| (x^2 - 2x) - (-x^2 + 4x) \right| dx = \int_0^3 |2x^2 - 6x| dx = \left| \int_0^3 (2x^2 - 6x) dx \right| = \left| \left( \frac{2}{3}x^3 - 3x^2 \right) \Big|_0^3 \right| = 9..$$

**Câu 39:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Tập tất cả các giá trị của m để phương trình

$|f(x) - 1| = 3m + 2$  có 6 nghiệm phân biệt là

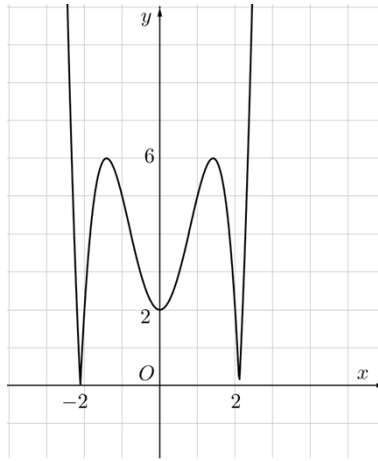


- A.**  $0 < m < \frac{4}{3}$ .                                      B.  $-\frac{1}{3} < m < 1$ .                                      C.  $-5 < m < -1$ .                                      D.  $1 < m < 5$ .

**Lời giải**

**Chọn A**





Ta vẽ đồ thị hàm số  $y = |f(x) - 1|$  như hình trên

Từ đồ thị ta có  $|f(x) - 1| = 3m + 2$  có 6 nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow 2 < 3m + 2 < 6 \Leftrightarrow 0 < m < \frac{4}{3}$ .

**Câu 40:** Gọi  $S$  là tập hợp các số thực  $m$  sao cho với mỗi  $m \in S$  có đúng một số phức thỏa mãn  $|z - m| = 5$  và  $\frac{z}{z-6}$  là số thuần ảo. Tính tổng của các phần tử của tập  $S$ .

A. -4.

**B.** 12..

C. 6..

D. 0..

**Lời giải**

**Chọn B**

Giả sử  $z = x + yi \Rightarrow |z - m| = \sqrt{(x - m)^2 + y^2} = 5 \Leftrightarrow (x - m)^2 + y^2 = 25 \quad (1)$

$\frac{z}{z-6} = \frac{x + yi}{x - 6 + yi} = \frac{(x + yi)(x - 6 - yi)}{(x - 6)^2 + y^2} = \frac{x^2 - 6x + y^2 - 6yi}{(x - 6)^2 + y^2}$  là số thuần ảo

$\Leftrightarrow x^2 - 6x + y^2 = 0 \Leftrightarrow (x - 3)^2 + y^2 = 9 \quad (2)$

Gọi  $M(x; y)$  là điểm biểu diễn số phức  $z = x + yi$ , ta có hệ pt  $\begin{cases} (x - m)^2 + y^2 = 25 & (1) \\ (x - 3)^2 + y^2 = 9 & (2) \end{cases}$

Yêu cầu bài toán  $\Leftrightarrow$  hệ (1), (2) có nghiệm duy nhất.

Pt (1) là pt đường tròn tâm  $I(m; 0)$  bán kính  $R = 5$

Pt (2) là pt đường tròn tâm  $I'(3; 0)$  bán kính  $R = 3$

hệ (1), (2) có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi hai đường tròn tiếp xúc với nhau

$\Leftrightarrow \begin{cases} II' = 5 - 3 = 2 \\ II' = 5 + 3 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |m - 3| = 2 \\ |m - 3| = 8 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \{-5; 1; 5; 11\} \Rightarrow \sum m = 12.$

**Câu 41:** Cho bất phương trình  $4\log_9^2(3x) + 2(m+1)\log_{\frac{1}{3}}x - 3 - m \geq 0$  với  $m$  là tham số thực. Số giá trị nguyên của  $m$ ;  $m \in (-2021; 2024)$  để bất phương trình có nghiệm thuộc khoảng  $(\sqrt{3}; 27)$  là

A. 2020.                      B. 2021.                      C. 2022.                      D. 2019.

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Đặt } t = \log_3 x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3^t \\ t \in \left(\frac{1}{2}; 3\right) \end{cases}$$

$$\text{Ta có } 4\log_9^2(3x) + 2(m+1)\log_{\frac{1}{3}}x - 3 - m \geq 0 \Leftrightarrow 4\log_9^2(3 \cdot 3^t) + 2(m+1)\log_{\frac{1}{3}}3^t - 3 - m \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 4\log_9^2 3 \cdot (t+1)^2 + 2(m+1)t \log_{\frac{1}{3}} 3 - 3 - m \geq 0 \Leftrightarrow (t+1)^2 - 2(m+1)t - 3 - m \geq 0$$

$$\Leftrightarrow t^2 - 2mt - 2 - m \geq 0.$$

Khi đó, bài toán trở thành tìm  $m$  để  $t^2 - 2mt - 2 - m \geq 0$  có nghiệm thuộc  $\left(\frac{1}{2}; 3\right)$ .

$$\text{Ta có } t^2 - 2mt - 2 - m \geq 0 \Leftrightarrow t^2 - 2 \geq m(2t+1) \Leftrightarrow m \leq \frac{t^2 - 2}{2t+1}.$$

$$\text{Xét hàm số } g(t) = \frac{t^2 - 2}{2t+1} \Rightarrow g'(t) = \frac{2t^2 + 2t + 4}{(2t+1)^2} > 0, t \in \left(\frac{1}{2}; 3\right).$$

Để  $t^2 - 2mt - 2 - m \geq 0$  có nghiệm thuộc  $\left(\frac{1}{2}; 3\right)$  khi và chỉ khi  $m \leq g(3) = 1$ .

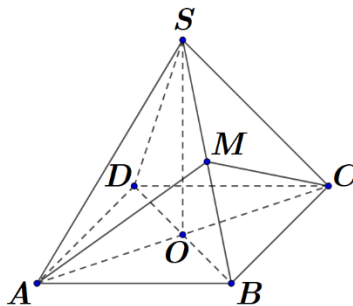
$$\Rightarrow m \in \{-2020; -2019; -2018; \dots; 0; 1\}.$$

**Câu 42:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $2a$ , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng  $60^\circ$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $SB$ . Thể tích hình chóp  $S.ACM$  bằng

A.  $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$ .                      B.  $\frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$ .                      C.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ .                      D.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



$$\text{Ta có } OB = \frac{BD}{2} = \frac{BC\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2}.$$

Ta có  $B = SB \cap (ABCD)$  và  $O$  là hình chiếu của  $S$  trên  $(ABCD)$  nên  $OB$  là hình chiếu của  $SB$  trên  $(ABCD)$ . Khi đó  $(SB, (ABCD)) = (SB, OB) = \widehat{SBO} = 60^\circ$ .

Xét tam giác  $SOB$  vuông tại  $O$ , ta có:  $SO = OB \tan \widehat{SBO} = a\sqrt{2} \tan 60^\circ = a\sqrt{6}$ .

$$\text{Ta có } V_{S.AMC} = \frac{SM}{SB} V_{S.ABC} = \frac{1}{2} \frac{1}{3} a\sqrt{6} \frac{(2a)^2}{2} = \frac{a^3 \sqrt{6}}{3}.$$

**Câu 43:** Cho vật thể  $(T)$  giới hạn bởi hai mặt phẳng  $x=0$ ;  $x=2$ . Cắt vật thể  $(T)$  bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại  $x$  ( $0 \leq x \leq 2$ ) thu được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng  $(x+1)e^x$ .

Biết thể tích vật thể  $(T)$  bằng  $\frac{ae^4 - b}{4}$  ( $a, b \in \mathbb{Z}$ ), giá trị của  $P = a + b$  bằng

A. 12.

B. -12.

C. 14.

D. -14.

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có } V = \int_0^2 S(x) dx = \int_0^2 (x+1)^2 e^{2x} dx.$$

$$\text{Giả sử } \int (x+1)^2 e^{2x} dx = (ax^2 + bx + c)e^{2x} + C$$

$$\Rightarrow (x^2 + 2x + 1)e^{2x} = (2ax + b)e^{2x} + 2(ax^2 + bx + c)e^{2x} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + 2b = 2 \\ a = \frac{1}{2} \\ b + 2c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{1}{2} \\ c = \frac{1}{4} \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó } V = \int_0^2 S(x) dx = \int_0^2 (x+1)^2 e^{2x} dx = \frac{1}{4} (2x^2 + 2x + 1)e^{2x} \Big|_0^2 = \frac{13e^4 - 1}{4}.$$

**Câu 44:** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình của đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M(1; 2; -1)$ , song song

với mặt phẳng  $(P): x + y - z = 3$  và vuông góc với đường thẳng  $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$  là

$$\text{A. } d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases} \quad \text{B. } d: \begin{cases} x = 5 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 2 - t \end{cases} \quad \text{C. } d: \begin{cases} x = -4 + 5t \\ y = 5 - 3t \\ z = -3 + 2t \end{cases} \quad \text{D. } d: \begin{cases} x = -1 + 5t \\ y = -2 - 3t \\ z = 1 + 2t \end{cases}.$$

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Do } \begin{cases} d \parallel (P) \\ d \perp \Delta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{u}_d \parallel \vec{n}_{(P)} \\ \vec{u}_d \perp \vec{u}_\Delta \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_d = [\vec{n}_{(P)}, \vec{u}_\Delta] = (5; -3; 2) \Rightarrow d: \begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 2 - 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases}.$$

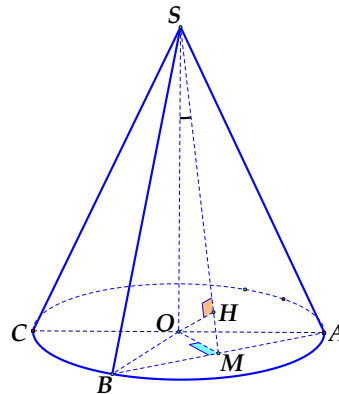
Với  $t = -1$ , ta có  $d$  qua điểm  $N(-4; 5; -3)$  nên ta cũng có  $d : \begin{cases} x = -4 + 5t \\ y = 5 - 3t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$ .

**Câu 45:** Cắt hình nón ( $N$ ) bằng một mặt phẳng qua đỉnh  $S$  và tạo với trục của hình nón ( $N$ ) một góc bằng  $30^\circ$  ta được thiết diện là tam giác  $SAB$  vuông và có diện tích bằng  $4a^2$ . Chiều cao của hình nón bằng

- A.  $a\sqrt{2}$ .                      B.  $2a\sqrt{3}$ .                      C.  $2a\sqrt{2}$ .                      **D.  $a\sqrt{3}$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**



Gọi  $O$  là tâm đường tròn đáy của hình nón,  $M$  là trung điểm của  $AB$ .

$$\text{Ta có } S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2} SA \cdot SB \Leftrightarrow 4a^2 = \frac{1}{2} SA^2 \Rightarrow SA = 2a\sqrt{2}.$$

$$\text{Do } \Delta SAB \text{ vuông cân tại } S \Rightarrow SM = \frac{SA}{\sqrt{2}} = 2a.$$

$$\text{Đồng thời } (\widehat{SO, (SAB)}) = (\widehat{SM, SO}) = 30^\circ \Rightarrow \cos \widehat{OSM} = \frac{SO}{SM} \Rightarrow SO = a\sqrt{3}.$$

**Câu 46:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[0; 1]$  thỏa mãn  $\int_0^1 [f(x^3)]^2 dx = 4 \int_0^1 f(x) dx - \frac{36}{5}$ . Giá trị

$f\left(\frac{1}{8}\right)$  bằng

- A.  $\frac{3}{2}$ .**                      B. 2.                      C.  $\frac{2}{3}$ .                      D.  $\frac{3}{4}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Đặt  $x = t^3 \Rightarrow dx = 3t^2 dt$ . Với  $x = 0 \Rightarrow t = 0$  và  $x = 1 \Rightarrow t = 1$ .

$$\text{Khi đó: } \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 f(t^3) 3t^2 dt = 3 \int_0^1 x^2 f(x^3) dx.$$

$$\text{Mặt khác: } \int_0^1 [f(x^3)]^2 dx = 4 \int_0^1 f(x) dx - \frac{36}{5}.$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 [f(x^3)]^2 dx = 12 \int_0^1 x^2 f(x^3) dx - \frac{36}{5}$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 [(f(x^3))^2 - 2.6x^2.f(x^3) + 36x^4] dx = -\frac{36}{5} + \int_0^1 36x^4 dx$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 (f(x^3) - 6x^2)^2 dx = 0 \Rightarrow f(x^3) - 6x^2 = 0 \Leftrightarrow f(x^3) = 6x^2$$

Suy ra  $f\left(\left(\frac{1}{2}\right)^3\right) = 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{2}$ .

**Câu 47:** Số giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để hàm số  $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$  có 5 điểm cực trị là

**A.** 27.

**B.** 26.

**C.** 16.

**D.** 44.

**Lời giải**

**Chọn A**

Đặt  $g(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m \Rightarrow g'(x) = 12x^3 - 12x^2 - 24x$

Xét  $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1. \\ x = 2 \end{cases}$ . Nhận xét  $y = g(x)$  có 3 điểm cực trị.

Do đó  $y = |g(x)|$  có 5 điểm cực trị  $\Rightarrow g(x) = 0$  có 2 nghiệm bội lẻ.

$\Leftrightarrow \underbrace{3x^4 - 4x^3 - 12x^2}_{h(x)} = -m$  có 2 nghiệm bội lẻ.

Khảo sát và lập bảng biến thiên của hàm  $h(x)$  ta được:

$x$	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$h'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$h(x)$	$+\infty$	↘		-5	↗		0	↘	
							-32	↗	
									$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy yêu cầu bài toán  $\Leftrightarrow \begin{cases} -m \geq 0 \\ -32 < -m \leq -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ 5 \leq m < 32 \end{cases}$

Do  $m \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow m \in \{0\} \cup \{5; 6; \dots; 30; 31\}$ .

Vậy có tất cả 27 giá trị thỏa mãn.

**Câu 48:** Cho phương trình  $2^m \cdot 2^{\sin^2 x} + m - \cos^2 x = 8.4^{\cos x} + 2(\cos x + 1)$ . Số giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình đã cho có nghiệm thực là

**A.** 9.

**B.** 7.

**C.** 3.

**D.** 5.

**Lời giải**

**Chọn D**

Phương trình đã cho tương đương  $2^{m+\sin^2 x} + m + \sin^2 x = 2^{2\cos x+3} + 2\cos x + 3$ . (\*)

Xét hàm số  $f(x) = 2^x + x$ , ta có  $f'(x) = 2^x \ln 2 + 1 > 0, \forall x$ .

Khi đó

$$(*) \Leftrightarrow f(m + \sin^2 x) = f(2\cos x + 3)$$

$$\Leftrightarrow m + \sin^2 x = 2\cos x + 3$$

$$\Leftrightarrow m = \cos^2 x + 2\cos x + 2$$

$$\Leftrightarrow m = (\cos x + 1)^2 + 1.$$

Phương trình đã cho có nghiệm thực khi và chỉ khi  $1 \leq m \leq 5$ .

Số giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình đã cho có nghiệm thực là 5.

**Câu 49:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $\frac{z}{z-2-4i}$  là số thuần ảo, biết biểu thức  $P = |z+4-6i|^2 - |z-2-3i|^2$

đạt giá trị lớn nhất khi  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ). Giá trị  $a + 2b$  bằng

A. 2.

B. 4.

C. 7.

**D. 5.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $\frac{z}{z-2-4i} = \frac{(a+bi)(a-2-(b-4)i)}{(a-2)^2 + (b-4)^2}$  là số thuần ảo suy ra

$$a(a-2) + b(b-4) = 0 \Leftrightarrow (a-1)^2 + (b-2)^2 = 5.$$

Suy ra điểm biểu diễn số phức  $z$  thuộc đường tròn tâm  $I(1;2)$ , bán kính  $R = 5$ .

Gọi  $M, N, P$  lần lượt là ba điểm biểu diễn số phức  $z, -4+6i, 2+3i$ .

Suy ra  $N(-4;6), P(2;3) \Rightarrow IN = \sqrt{41}, IP = \sqrt{2}, PN = \sqrt{45}$ .

Khi đó ta có

$$\begin{aligned} P &= MN^2 - MP^2 = \overline{MN}^2 - \overline{MP}^2 \\ &= (\overline{MI} + \overline{IN})^2 - (\overline{MI} + \overline{IP})^2 \\ &= IN^2 + IP^2 + 2\overline{MI}(\overline{IN} - \overline{IP}) \\ &= 43 + 2\overline{MI} \cdot \overline{PN} \leq 43 + 2MI \cdot PN = 43 + 10\sqrt{45}. \end{aligned}$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  $\overline{MI}, \overline{PN}$  cùng hướng suy ra  $\overline{MI} = k(-2;1), k > 0$ .

Ta có  $\begin{cases} 1-x = -2k \\ 2-y = k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1+2k \\ y = 2-k \end{cases}$  là phương trình đường thẳng  $MI$ .

Thay phương trình  $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5 \Rightarrow \begin{cases} k = 1 \\ k = -1. \end{cases}$

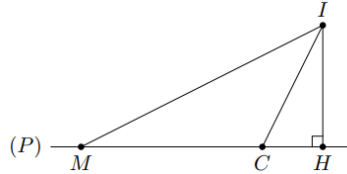
Do đó  $M(3;1)$  suy ra  $z = 3+i \Rightarrow a+2b = 5$ .

**Câu 50:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(2;-1;4), B(-1;2;1), C(3;-1;6)$  và mặt phẳng  $(P): x + y + z - 8 = 0$ . Điểm  $M$  thay đổi trên  $(P)$  thỏa mãn đường thẳng  $AM$  và  $BM$  cùng tạo với  $(P)$  các góc bằng nhau. Giá trị nhỏ nhất của độ dài  $CM$  bằng

- A.**  $\sqrt{6}$ .                      **B.**  $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ .                      **C.**  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .                      **D.**  $\frac{5\sqrt{6}}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Gọi  $\alpha = (AM, (P)) = (BM, (P))$ .

Ta có  $d(A, (P)) = \frac{|x_A + y_A + z_A - 8|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = \sqrt{3}$ ;  $d(B, (P)) = \frac{|x_B + y_B + z_B - 8|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = 2\sqrt{3}$  nên

$$\sin \alpha = \frac{d(A, (P))}{AM} = \frac{d(B, (P))}{BM} \text{ suy ra } BM = 2AM.$$

Gọi  $M(x; y; z)$ , ta có

$$(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 4(x-2)^2 + 4(y+1)^2 + 4(z-4)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 10z + 26 = 0.$$

Là phương trình mặt cầu tâm  $I(3; -2; 5)$ ,  $R = 2\sqrt{3}$ .

Mặt khác  $IH = d(I, (P)) = \frac{|x_I + y_I + z_I - 8|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$  và  $CI = \sqrt{2}$  suy ra  $CH = \sqrt{CI^2 - IH^2} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

$$\text{và } MH = \sqrt{MI^2 - IH^2} = \frac{4\sqrt{6}}{3}.$$

Vậy  $CM_{\min} = |CH - MH| = \sqrt{6}$ .

☞ HẾT ☞